

제 2 교시

SPC 이과 문항

- SPC(Special People's Chapter) 소개 -

2016년 10월..

낙엽이 떨어지는 어느 날

수학에 있어서 큰 꿈을 가진

사내 셋이 모여서 만들어진

노인하나 젊은이하나 중간하나

신구조화를 이루는 수학 컨텐츠 팀입니다.

S : 성민 (Orbi 초성민)

P : 박성현 (Orbi 푸에르)

C : 최준호 (Orbi 미천한수학자)

로 이루어져 팀을 이루었으며

수학 컨텐츠 시장에 있어서 새로운 방향성을 제시하고 길을

개척해 나갈 팀입니다.

저희 팀은 특별한 능력이 있는 것은 아니지만, 열정만큼은

그 누구에게도 뒤지지 않으며, 향후 여러 문제집과 모의고사

제작에 최선을 다할 것입니다.

미적분 II

1. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체에서 연속인 함수  $g(x) = \ln f(x)$ 라 하자. 실수  $t$ 에 대하여  $|g(x) - g(t)|$ 가 미분이 가능하지 않은  $x$ 의 개수를  $h(t)$ 라 할 때, 두 함수  $g(x)$ 와  $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $g(x) = g(-x)$
- (나)  $g(x) \geq 0$
- (다)  $\lim_{t \rightarrow 2\sqrt{2}-} h(t) = 4$  ,  $\lim_{t \rightarrow 2\sqrt{2}+} h(t) = 2$

$f(3)$ 의 최솟값을 구하여라.

2. 정의역이  $\{x|x \geq 0\}$ 이고 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 를

$$h(x) = x^2 \sin x + f(x) \cos x$$

라 할 때, 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 와 미분 가능한 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_1 = h(0) = h'(n\pi) = 0$

(나)  $g'(x) \geq 0$ .

(다) 구간  $[(n-1)\pi, n\pi]$ 에서

$$g(x) = h(x) + a_n$$

또는

$$g(x) = -h(x) + a_n$$

이다.

$a_2 + a_3 + a_4 = \frac{q}{p} \pi^3$  일 때,  $p+q$ 를 구하여라. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

기백

3. 좌표공간에 세 개의 구

$$S: x^2 + y^2 + z^2 = 27$$

$$S_1: x^2 + y^2 + z^2 = 3$$

$$S_2: (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 3$$

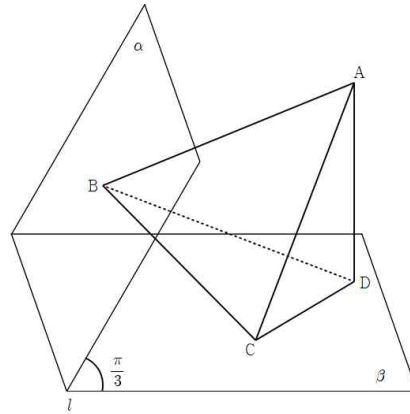
가 있다. 평면  $\alpha$ 는 두 개의 구  $S_1, S_2$ 와 동시에 접한다. 평면  $\alpha$ 와 구  $S$ 가 만나서 생기는 도형의  $xy$  평면으로의 정사영한 넓이의 최댓값을  $p\pi$ 라 할 때,  $\frac{p^2}{8}$ 을 구하여라

4. 좌표공간에 구  $C: x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 와 두 점  $A(0, 0, 4)$ ,  $B(0, 1, 5)$ 가 있고, 구  $C$ 와  $xy$ 평면이 만나서 생기는 도형을  $S$ 라고 하자. 두 점  $A, B$ 와 구  $C$  위의 점  $P$ 를 지나는 평면을  $\alpha$ 라 하고 평면  $\alpha$ 와  $xy$ 평면의 교선은 도형  $S$ 와 오직 한 점에서 만난다. 평면  $\alpha$ 가 점  $(k, 2, 0)$ 을 지날 때,  $k^2$ 의 값을 구하시오.

5. 그림과 같이 직선  $l$ 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 인 두 평면  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 있고, 평면  $\alpha$  위의 점  $B$ 와 평면  $\beta$  위의 점  $C, D$ 가 있다. 점  $A$ 에 대해, 사면체  $ABCD$ 가 다음을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{AB} = 2\sqrt{3}, \overline{BC} = 2\sqrt{2}, \overline{AD} = 2\sqrt{3}$
- (나) 직선  $l$ 과 점  $B$ 사이의 거리는 2이고,  $l$ 과 점  $C$ 사이의 거리는 2이다.
- (다) 평면  $ABD \perp l, \overline{AD} \perp \beta$

평면  $ABD$ 와 평면  $BCD$ 가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin^2 \theta = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



확통

6. 현주와 슬아와 승아가 있다. 3명의 학생은 그림과 같이 8개의 좌석이 일렬로 나열되어 있는 상영관 좌석에 앉으려 한다. 이들은 각각 자신의 가방을 메고 들어와서 모두 자기 옆자리에 자신의 가방을 두고 자리에 앉으려고 한다. 다음 조건을 만족하며 앉는 방법의 수를 구하시오.

- (가) 자신의 가방은 양 옆에 둘 수 있다.
- (나) 사람과 가방이 한 좌석에 같이 있거나, 한 좌석에 두명의 사람이 앉는 경우는 없다.
- (다) 한 좌석에 최대 두 개의 가방을 둘 수 있다.  
(단, 한 좌석 내에서 가방이 놓여있는 순서는 고려하지 않는다.)

--	--	--	--	--	--	--	--

7. 3개의 주머니 A, B, C와 흰 공 2개와 검은 공 7개가 있다. 다음 조건을 만족하며 나올 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 공들의 무게는 모두 같고 주머니의 무게는 무시한다.)

- (가) A에 흰 공이 적어도 하나 들어가 있다.
- (나) 주머니의 무게가  $A \leq B \leq C$  순이다.

1	26	2	95	3	48	4	12	5	9
6	720	7	17						