

# 안녕맨의 손으로 만든 제 7회 2017 대수능 대비 기출 시험지

## 제 2 교시 수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

### 1. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

가 모든 실수  $x$ 에서 연속일 때,  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 10      ② 9      ③ 8  
④ 7      ⑤ 6

3.  $(2+2\sin\frac{\pi}{3})(2-\tan\frac{\pi}{3})$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{3}$   
④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$ 의 값은?

[2점]

- ① 7      ② 8      ③ 9  
④ 10      ⑤ 11

4. 포물선  $y^2 = 4x$  위의 점  $P(a, b)$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하자.  $\overline{PQ} = 4\sqrt{5}$  일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

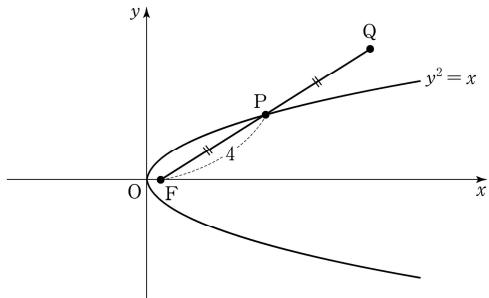
- ① 21      ② 32      ③ 45      ④ 60      ⑤ 77

# 수리 영역

2

‘가’형

5. 초점이 F인 포물선  $y^2 = x$  위에  $\overline{FP} = 4$ 인 점 P가 있다. 그럼 과 같이 선분 FP의 연장선 위에  $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 가 되도록 점 Q를 잡을 때, 점 Q의 x 좌표는? [3점]



- ①  $\frac{29}{4}$       ② 7      ③  $\frac{27}{4}$   
 ④  $\frac{13}{2}$       ⑤  $\frac{25}{4}$

7. 서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여  $P(A \cap B) = 2P(A \cap B^c)$ ,  $P(A^c \cap B) = \frac{1}{12}$  일 때, P(A)의 값은? (단,  $P(A) \neq 0$ )다.) [3점]

- |                 |                   |                 |
|-----------------|-------------------|-----------------|
| ① $\frac{1}{2}$ | ② $\frac{5}{8}$   | ③ $\frac{3}{4}$ |
| ④ $\frac{7}{8}$ | ⑤ $\frac{15}{16}$ |                 |

6. 좌표공간에서 평면  $x=3$ 과 평면  $z=1$ 의 교선을 l이라 하자. 점 P가 직선 l 위를 움직일 때, 선분 OP의 길이의 최소값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ①  $2\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{10}$       ③  $2\sqrt{3}$   
 ④  $\sqrt{14}$       ⑤  $3\sqrt{2}$

# 수리 영역

3

‘가’형

- 8 최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$f'(x)=0$  이 서로 다른 세 실근  $\alpha, \beta, \gamma (\alpha < \beta < \gamma)$ 를 갖고,  
 $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma) < 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[ 보기 ]

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 는  $x=\beta$ 에서 극대값을 갖는다.
- ㄴ. 방정식  $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㄷ.  $f(\alpha) > 0$ 이면 방정식  $f(x)=0$ 은  $\beta$ 보다 작은 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                  ② ㄷ                  ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ              ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 9 철수가 받은 전자우편의 10%는 ‘여행’이라는 단어를 포함한다. ‘여행’을 포함한 전자우편의 50%가 광고이고, ‘여행’을 포함하지 않은 전자우편의 20%가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 ‘여행’을 포함할 확률은? [3점]

- ①  $\frac{5}{23}$       ②  $\frac{6}{23}$       ③  $\frac{7}{23}$       ④  $\frac{8}{23}$       ⑤  $\frac{9}{23}$

- 10 1보다 큰 실수  $a$ 에 대하여  $f(a) = \int_1^a \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$  라 할 때,  
 $f(a^4)$ 과 같은 것은? [3점]

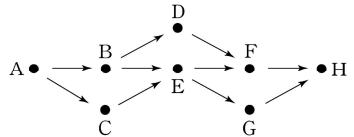
- ①  $4f(a)$                   ②  $8f(a)$                   ③  $12f(a)$   
④  $16f(a)$                   ⑤  $20f(a)$

11. 이산확률변수  $X$ 에 대하여

$P(X=2) = 1 - P(X=0)$ ,  $0 < P(X=0) < 1$ ,  $\{E(X)\}^2 = 2V(X)$  일 때, 확률  $P(X=2)$ 의 값은? [3점]

- |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $\frac{1}{6}$ | ② $\frac{1}{3}$ | ③ $\frac{1}{2}$ |
| ④ $\frac{2}{3}$ | ⑤ $\frac{5}{6}$ |                 |

12. 다음은 어느 공장에서 상품을 만드는 데 필요한 작업과 그 순서 관계를 나타낸 것이다.



각 작업에 걸리는 시간이 다음 표와 같을 때, 작업을 모두 마치는 데 필요한 최소의 작업 일 수는?

[3점]

작업	A	B	C	D	E	F	G	H
작업시간(일)	3	5	3	7	3	5	6	2

- |      |      |      |
|------|------|------|
| ① 18 | ② 22 | ③ 26 |
| ④ 30 | ⑤ 34 |      |

# 수리 영역

5

‘가’형

13. 함수  $f(x) = 4\ln x + \ln(10-x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것 만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

[ 보 기 ]

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 의 최댓값은  $13\ln 2$ 이다.
- ㄴ. 방정식  $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㄷ. 함수  $y=e^{f(x)}$ 의 그래프는 구간  $(4, 8)$ 에서 위로 불록하다.

- ① ㄱ  
② ㄷ  
③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ  
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

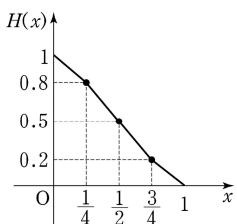
14. 직선  $y=2-x$ 가 두 로그함수  $y=\log_2 x$ ,  $y=\log_3 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[ 보 기 ]

- ㄱ.  $x_1 > y_2$
- ㄴ.  $x_2 - x_1 = y_1 - y_2$
- ㄷ.  $x_1 y_1 > x_2 y_2$

- ① ㄱ  
② ㄷ  
③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ  
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 연속확률변수  $X, Y$ 에 대하여 폐구간  $[0, 1]$ 에서 두 함수  $G(x), H(x)$ 를 각각  $G(x) = P(X > x), H(x) = P(Y > x)$ 로 정의 할 때, 함수  $G(x)$ 는  $G(x) = -x + 1 (0 \leq x \leq 1)$ 이고, 함수  $H(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$$P(X > k) = P\left(\frac{1}{4} < Y \leq \frac{3}{4}\right)$$

만족시키는  $k$ 의 값은? [4점]

- |                  |                 |                  |
|------------------|-----------------|------------------|
| ① $\frac{2}{15}$ | ② $\frac{1}{5}$ | ③ $\frac{4}{15}$ |
| ④ $\frac{1}{3}$  | ⑤ $\frac{2}{5}$ |                  |

16. 함수  $f(x)$ 를  $f(x) = \int_a^x \{2 + \sin(t^2)\} dt$ 라 하자.

$$f''(a) = \sqrt{3}a$$

일 때,  $(f^{-1})'(0)$ 의 값은?

(단,  $a$ 는  $0 < a < \sqrt{\frac{\pi}{2}}$  인 상수이다.) [4점]

- |                  |                 |                  |
|------------------|-----------------|------------------|
| ① $\frac{1}{10}$ | ② $\frac{1}{5}$ | ③ $\frac{3}{10}$ |
| ④ $\frac{2}{5}$  | ⑤ $\frac{1}{2}$ |                  |

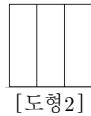
# 수리 영역(가형)

13

17. 다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형2]를 만든다.

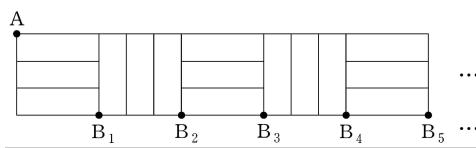


[도형1]



[도형2]

[도형1]과 [도형2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형1]의 왼쪽 맨 위 꼭지점을 A라 하고, [도형1]의 개수와 [도형2]의 개수를 합하여  $n$ 개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭지점을  $B_n$ 이라 하자.



꼭지점 A에서 꼭지점  $B_n$ 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_3 + a_7$ 의 값은? [4점]

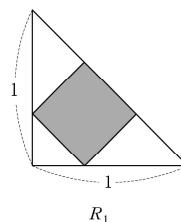
- |      |      |      |
|------|------|------|
| ① 26 | ② 28 | ③ 30 |
| ④ 32 | ⑤ 34 |      |

18. 아래와 같이 직각을 끈 두 변의 길이가 1인 직각이등변삼각형이 있다. 이 직각이등변삼각형의 빗변에 2개의 꼭지점이 있고, 직각을 끈 두 변에 나머지 2개의 꼭지점이 있는 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

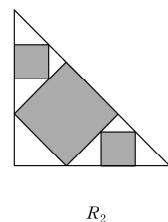
그림  $R_1$ 에서 합동인 2개의 직각이등변삼각형의 각 빗변에 2개의 꼭지점이 있고, 직각을 끈 두 변에 나머지 2개의 꼭지점이 있는 2개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

그림  $R_2$ 에서 합동인 4개의 직각이등변삼각형의 각 빗변에 2개의 꼭지점이 있고, 직각을 끈 두 변에 나머지 2개의 꼭지점이 있는 4개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자.

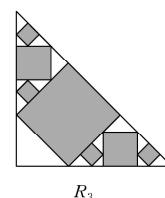
이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 모든 정사각형의 넓이의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



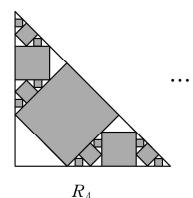
$R_1$



$R_2$



$R_3$



$R_4$

- |                          |                        |                  |
|--------------------------|------------------------|------------------|
| ① $\frac{3\sqrt{2}}{20}$ | ② $\frac{\sqrt{2}}{5}$ | ③ $\frac{3}{10}$ |
| ④ $\frac{\sqrt{3}}{5}$   | ⑤ $\frac{2}{5}$        |                  |

# 수리 영역(가형)

12

19. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수  $f(x)$ 에 대하여 점  $A(a, f(a))$ 를 곡선  $y=f(x)$ 의 변곡점이라 하고, 곡선  $y=f(x)$  위의 점 A에서의 접선의 방정식을  $y=g(x)$ 라 하자. 직선  $y=g(x)$ 가 함수  $f(x)$ 의 그래프와 점  $B(b, f(b))$ 에서 접할 때, 함수  $h(x)$ 를  $h(x)=f(x)-g(x)$ 라 하자.

<보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $a \neq b$ 이다.)

[4점]

[보기]

- ㄱ.  $h'(b) = 0$
- ㄴ. 방정식  $h'(x) = 0$ 은 3개 이상의 실근을 갖는다.
- ㄷ. 점  $(a, h(a))$ 는 곡선  $y=h(x)$ 의 변곡점이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 여섯 개의 문자 A, B, C, D, E, F를 모두 사용하여 만든 6 자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는?

- (가) A의 바로 다음 자리에 B가 올 수 없다.
- (나) B의 바로 다음 자리에 C가 올 수 없다.
- (다) C의 바로 다음 자리에 A가 올 수 없다.

(예를 들어 CDFBAE는 조건을 만족시키지만 CDFABE는 조건을 만족시키지 않는다.) [4점]

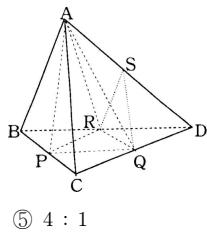
- ① 380
- ② 432
- ③ 484
- ④ 536
- ⑤ 598

# 수리 영역(가형)

13

21. 사면체  $ABCD$ 의 네 모서리  $BC, CD, DB, AD$ 의 중점을 각각  $P, Q, R, S$ 라고 할 때, 두 사면체  $APQR$  와  $SQDR$  의 부피의 비는? [4점]

- ① 1 : 1      ② 2 : 1  
③ 3 : 1      ④ 3 : 2  
⑤ 4 : 1



단답형

22. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 - 2ax^2 + ax$$

를 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.)

[3점]

23.  $x=0$ 에서  $x=6$ 까지 곡선  $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2)$ 의 길이를 구하시오.

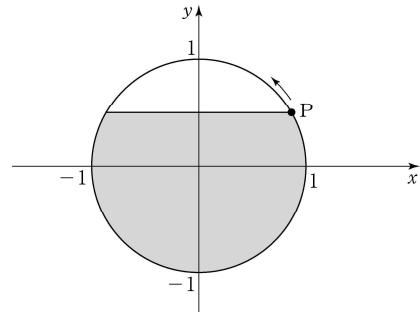
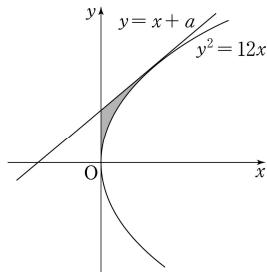
[3점]

# 수리 영역(가형)

24. 타원  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라 하자. 이 타원 위의 점  $P$ 가  $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF}| = 1$ 을 만족시킬 때, 선분  $PF$ 의 길이는  $k$ 이다.  $5k$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

26. 림과 같이 좌표평면에서 원  $x^2 + y^2 = 1$  위의 점  $P$ 가 점  $(1, 0)$ 에서 출발하여 원점을 중심으로 매초  $\frac{1}{40}$  (라디안)의 일정한 속력으로 원 위를 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. 점  $P$ 에서  $x$ 축에 평행한 직선을 그을 때, 원과 직선으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를  $S$ 라 하자. 점  $P$ 가 점  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 을 지나는 순간, 넓이  $S$ 의 시간(초)에 대한 변화율은  $\frac{b}{a}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 직선  $y = x + a$ 가 포물선  $y^2 = 12x$ 에 접할 때, 포물선  $y^2 = 12x$ 와 직선  $y = x + a$  및  $y$  축으로 둘러싸인 부분을  $x$ 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를  $b\pi$ 라 하자. 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

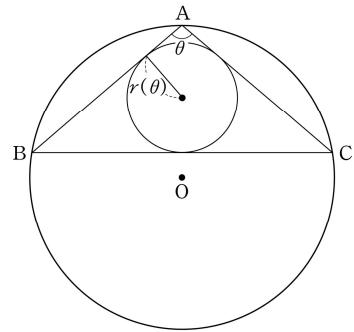


# 수리 영역(가형)

13

27. 어느 고등학교에서 오전 8시 이전에 등교하는 학생의 비율  $p$ 를 알아보기 위하여, 어느 날 이 학교 학생 중에서 300명을 임의추출하여 오전 8시 이전에 등교한 학생의 표본비율  $\hat{p}$ 을 구하였다. 표본비율  $\hat{p}$ 을 이용하여 구한 비율  $p$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $[0.701, 0.799]$ 일 때, 임의추출된 300명의 학생 중에서 오전 8시 이전에 등교한 학생의 수를 구하시오.  
(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따를 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)  
[4점]

28. 반지름의 길이가 1인 원  $O$  위에 점  $A$ 가 있다. 그림과 같이 양수  $\theta$ 에 대하여 원  $O$  위의 두 점  $B, C$ 를  $\angle BAC = \theta$ 이고  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형  $ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ 라 할때,  $\lim_{\theta \rightarrow \pi^-} \frac{r(\theta)}{(\pi - \theta)^2} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)[4점]

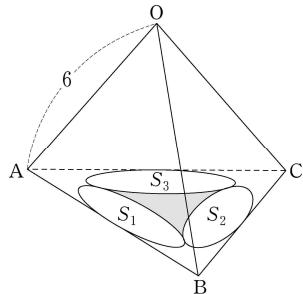


# 수리 영역(가형)

29. 한 변의 길이가 6인 정사면체 OABC가 있다.

세 삼각형  $\triangle OAB$ ,  $\triangle OBC$ ,  $\triangle OCA$ 에 각각 내접하는 세 원의 평면 ABC 위로의 정사영을 각각  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ 이라 하자.

그림과 같이 세 도형  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ 으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $(S + \pi)^2$ 의 값을 구하시오.[4점]



30. 최고차항의 계수가 1이고,  $f(0) = 3$ ,  $f'(3) < 0$ 인 사차함수

$f(x)$ 가 있다. 실수  $t$ 에 대하여 집합  $S$ 를

$S = \{a |$ 함수  $|f(x) - t|$ 가  $x = a$ 에서 미분가능하지 않다. $\}$

라 하고, 집합  $S$ 의 원소의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $g(t)$ 가  $t = 3$ 과  $t = 19$ 에서만 불연속일 때,  $f(-2)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.