

제 2 교시

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면, 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $f(x) = (x^2 + 1)e^x$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

2. 두 벡터 $\vec{a} = (2, -3, 2)$, $\vec{b} = (1, -4, 0)$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? [2점]

- $$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \frac{2}{17} & \textcircled{2} \frac{5}{17} & \textcircled{3} \frac{8}{17} \\ \textcircled{4} \frac{11}{17} & \textcircled{5} \frac{14}{17} & \end{array}$$

3. 확률변수 X 에 대하여 확률변수 $Y = \frac{1}{2}X + 5$ 의 평균이 30일 때, X 의 평균은? [2점]

- ① 20 ② 35 ③ 40
④ 45 ⑤ 50

4. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점의 y 좌표는? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 2 ⑤ 3

5. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 3)$ 과 $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 함수 $f(x)$ 는 연속함수이고 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$f(x) - 2 \int_0^x e^t f(t) dt = 1$$

이때, $f''(0)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이고, $f''(x)$ 는 $f(x)$ 의 이계도함수이다.) [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

7. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, \quad P(A^C \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A|B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

8. A와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장전까지 0 : 0 으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다. 각 팀당 5명의 선수가 A팀부터 시작하여 1명씩 교대로 승부차기를 할 때, B팀이 5 : 4로 이길 확률은? (단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8이다.) [3점]

- ① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
 ④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{2n}{n+3} \right) = 5$ 를 만족시킬

때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n - 2n}{a_n + 2n + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 어떤 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 t 분 후 정맥에서의 약물 농도가 C (ng/mL) 일 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$\log(10 - C) = 1 - kt$$

(단, $C < 10$ 이고, k 는 양의 상수이다.)

이 약물을 사람의 정맥에 일정한 속도로 주입하기 시작한 지 30 분 후 정맥에서의 약물 농도는 2 ng/mL 이고, 주입하기 시작한 지 60 분 후 정맥에서의 약물 농도가 a (ng/mL) 일 때, a 의 값은? [3점]

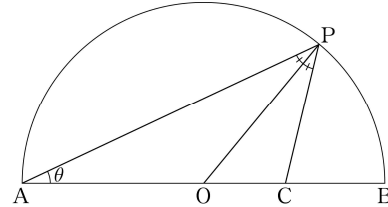
- ① 3 ② 3.2 ③ 3.4 ④ 3.6 ⑤ 3.8

11. 어느 지역의 전체 고등학생 중 수학 영역에서 B형을 선택하는 학생의 비율을 알아보기 위해 이 지역의 고등학생 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 20%가 수학 영역에서 B형을 선택한다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 지역의 전체 고등학생 중 수학 영역에서 B형을 선택하는 학생의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[0.144, 0.256]$ 이다. n 의 값은?
(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일

때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

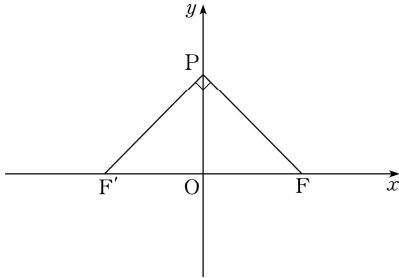
- ① 196 ② 216 ③ 236
④ 256 ⑤ 276

12. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 OB 위의 점 C가 $\angle APO = \angle OPC$ 를 만족시킬 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \overline{OC}$ 의 값은?
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, 점 O는 선분 AB의 중점이다.) [3점]



- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

[13 ~ 14] 그림과 같이 좌표평면에 x 축 위의 두 점 F, F' 과 점 $P(0, n)$ ($n > 0$)이 있다. 삼각형 $PF'F$ 가 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형일 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



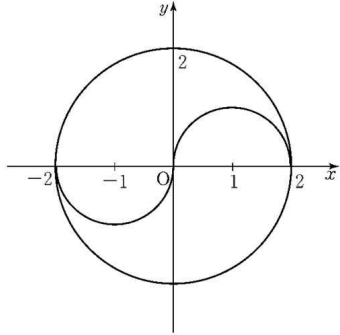
13. n 이 자연수일 때 삼각형 $PF'F$ 의 세 변 위에 있는 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

14. 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 점 P 를 지나는 타원과 직선 PF' 이 만나는 점 중 점 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 삼각형 FPQ 의 둘레의 길이가 $12\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 FPQ 의 넓이는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

15. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극문양이 있다. 태극문양과 직선 $y=a(x-1)$ 이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a 의 범위는? [4점]



- ① $0 < a < \frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $0 < a < \frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $0 < a < \frac{2}{3}$
 ④ $0 < a < \frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $0 < a < \frac{\sqrt{6}}{3}$

16. 두 함수 $f(x)=ax+b$ 와 $g(x)=e^x$ 가

$$f(g(x)) = \int_0^x f(t)g(t)dt - xe^x + 3$$

을 만족할 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 2 ③ 0
 ④ -2 ⑤ -4

17. 다음 조건을 만족시키는 네 자리 자연수의 개수는? [4점]

- (가) 각 자리의 수의 합은 14이다.
(나) 각 자리의 수는 모두 홀수이다.

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55


18. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 무게중심을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 두 변 A_1B_1 , A_1C_1 의 접점을 각각 B_2 , C_2 라 하자. 호 A_2B_2 , 선분 B_2B_1 , 선분 B_1A_2 와 호 A_2C_2 , 선분 C_2C_1 , 선분 C_1A_2 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.



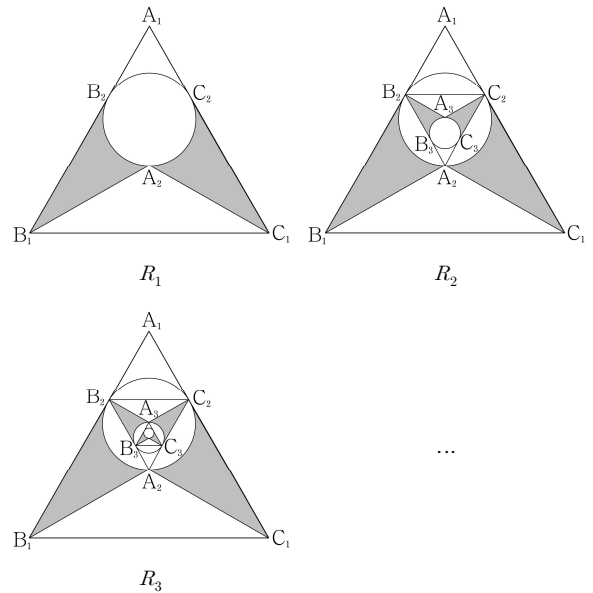
그림 R_1 에서 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 무게중심을 A_3 , 점 A_3 을 지나고 두 변 A_2B_2 , A_2C_2 의 접점을 각각 B_3 , C_3 이라 하자. 그림 R_1 에 호 A_3B_3 , 선분 B_3B_2 , 선분 B_2A_3 과 호 A_3C_3 , 선분 C_3C_2 , 선분 C_2A_3 으로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 삼각형 $A_3B_3C_3$ 의 무게중심을 A_4 , 점 A_4 를 지나고 두 변 A_3B_3 , A_3C_3 의 접점을 각각 B_4 , C_4 라 하자. 그림 R_2 에 호 A_4B_4 , 선분 B_4B_3 , 선분 B_3A_4 과 호 A_4C_4 , 선분 C_4C_3 , 선분 C_3A_4 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형을 색칠하고 추가하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

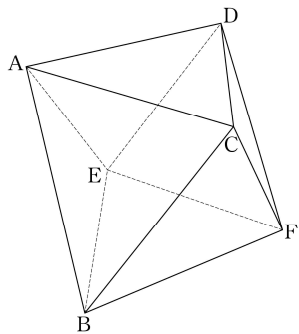
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림을 R_n , 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



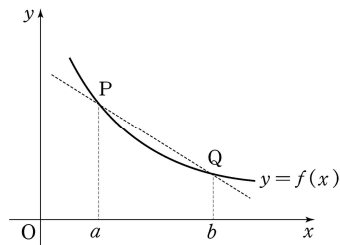
- ① $\frac{1}{16}(21\sqrt{3}-4\pi)$ ② $\frac{1}{16}(7\sqrt{3}-2\pi)$
③ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-4\pi)$ ④ $\frac{1}{8}(7\sqrt{3}-2\pi)$
⑤ $\frac{1}{8}(21\sqrt{3}-2\pi)$

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정팔면체 ABCDEF가 있다. 두 삼각형 ABC, CBF의 평면 BEF 위로의 정사영의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

20. 다음은 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점 $P(a, f(a))$, $Q(b, f(b))$ 를 나타낸 것이다.



함수 $F(x)$ 가 $F'(x)=f(x)$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

- ㄱ. 함수 $F(x)$ 는 구간 $[a, b]$ 에서 증가한다.
 ㄴ. $\frac{F(b)-F(a)}{b-a}$ 는 직선 PQ의 기울기와 같다.
 ㄷ. $\int_a^b \{f(x)-f(b)\} dx \leq \frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x) = \sin \pi x$ 와 이차함수 $g(x) = x(x+1)$ 에 대하여
실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \int_{g(x)}^{g(x+1)} f(t) dt$$

라 할 때, 닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 방정식 $h(x) = 0$ 의 서로 다른
실근의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

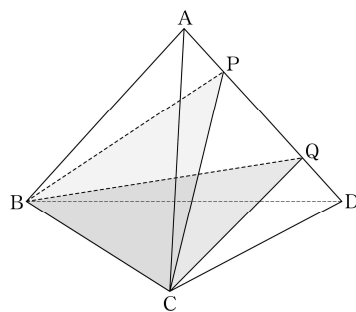
22. 두 벡터 $\vec{a} = (9, x+1, -12)$, $\vec{b} = (-8, x, 7)$ 이 수직일 때, 양수
 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 7e^{x^2-1}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $y = \frac{1}{2} \ln x$ 와 x 축, y 축 및 직선 $y = \ln 2$ 로 둘러싸인 영역을 y 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 V 라 할 때, $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 $\frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. x 에 대한 방정식 $\ln x - x + 20 - n = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 1:3으로 내분하는 점을 P, 3:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 두 평면 PBC와 QBC가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$

(나) $\int_0^1 (x-1)f'(x+1)dx = -4$

$\int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. (단, $f'(x)$ 는 연속함수이다.) [4점]

28. 주머니 속에 1의 숫자가 적혀 있는 공 1개, 3의 숫자가 적혀 있는 공 n 개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 2번 반복하여 얻은 두 수의 평균을 \bar{X} 라 하자. $P(\bar{X}=1)=\frac{1}{49}$ 일 때, $E(\bar{X})=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 13 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수를 구하시오. (단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.) [4점]

30. 좌표공간에서 구 $S: x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ 와

평면 $x - y + z - 6 = 0$ 이 만나서 생기는 원을 C 라 하자.

구 S 위의 점 $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3)$ 과 원 C 위를 움직이는 점 B 에 대하여 두 벡터 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} 의 내적 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]