

# 수학 영역

5지선다형

1.  $16^{\frac{1}{3}}9^{\frac{1}{6}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\sqrt[3]{6}$     ②  $2\sqrt[3]{6}$     ③  $3\sqrt[3]{6}$     ④  $4\sqrt[3]{6}$     ⑤  $5\sqrt[3]{6}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+2x}-x}$ 의 값은? [2점]

- ① -1    ②  $-\frac{1}{2}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{2}$     ⑤ 1

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{10} \{a_n - n\} = 5$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은 [3점]

- ① 40    ② 50    ③ 60    ④ 70    ⑤ 80

4. 이차 함수  $f(x)$ 에 대해  $x=1$ 에서 미분 가능한 함수  $g(x)$ 가  $x=1$ 에서  $x=1+h$ 까지 증가할 때, 평균 변화율이  $f(-1-h)+2$ 이다.  $f'(0)=0$ 일 때,  $g'(1)-f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

5. 다항함수  $f(x)$ 에 대해 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = (ax+b)f(x)$$

라 하자.  $f(0) = f'(0) = 1$ 이고,  $g'(0) = 2$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① -4    ② -2    ③ 0    ④ 2    ⑤ 4

6.  $0 \leq 3\theta \leq \frac{\pi}{2}$ 일 때,  $\theta$ 는 제  $n$ 사분면에 위치한다.

가능한  $n$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

7.  $y = |\log_a x|$ 의 그래프와  $y = \log_a t$ 의 서로 다른 두 교점의  $x$ 좌표를

$\alpha, \beta$ 라고 하자.  $\beta - \alpha = \frac{3}{2}$ 일 때, 가능한 양수  $t$ 의

값의 합은?

[3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

8. 두 그래프  $y = x^3 - 4x^2 + 5x$ ,  $y = ax$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는  $a$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9.  $\frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{f(n)}$  일 때,

$\sum_{n=1}^8 \frac{2f(8)}{n(n+1)(n+2)}$  의 값은? [4점]

- ① 41      ② 42      ③ 43      ④ 44      ⑤ 45

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 는 원점에서  $x$ 축과 접하고,  $|f(x)|$ 가 미분 불가능한  $x$ 의 값을  $a$ 라 할 때,  $(a, f(a))$ 는  $x^2 + y^2 = 9$  위의 점이다. 이때,  $\left| \int_0^a f(x) dx \right|$ 의 값은? [4점]

- ① 6      ②  $\frac{25}{4}$       ③  $\frac{13}{2}$       ④  $\frac{27}{4}$       ⑤ 7

11. 삼각형 ABC와 자연수  $n$ 에 대해

$$\overline{AB} = 5n, \overline{BC} = 4n, \overline{CA} = 3n$$

이고, 점 O를 중심으로 하는 삼각형 ABC의 외접원 위의 점 D는 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가)  $\overline{OD}$ 와 삼각형 ABC는 점 O를 제외한 점에서 만나지 않는다.

(나) 삼각형 ABD의 넓이는 자연수이다.

이러한 점 D의 개수를  $d_n$ 이라 할 때,  $\sum_{k=1}^3 d_k$ 의 값은? [4점]

- ① 171    ② 172    ③ 173    ④ 174    ⑤ 175

12. 실수  $a$ 와 양수  $b, p$ 에 대해

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & (|x| < p) \\ b|x| & (|x| \geq p) \end{cases}$$

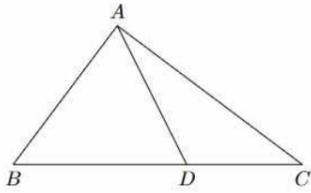
가 모든 실수  $x$ 에서 미분가능하다. 이때,  $a+b+p$ 의 값은? [4점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

13. 그림과 같이  $\overline{AB}=3$ ,  $\overline{AC}=4$ ,  $\overline{BC}=5$ 인 삼각형 ABC에 대해 점 D는 선분 BC 위에 위치한 점이다. 삼각형 ABD의 외접원과 삼각형 ACD의 외접원의 두 교점 사이의 거리를 x라고 할 때,

$$f(x) = \frac{\overline{BD}}{\sin \angle BAD} + \frac{\overline{CD}}{\sin \angle CAD}$$

가 최소가 되게 하는 x의 값은? [4점]



- ① 2      ②  $\frac{11}{5}$       ③  $\frac{12}{5}$       ④  $\frac{13}{5}$       ⑤  $\frac{14}{5}$

14. 최고차항의 계수가 3인 이차함수  $f(x)$ 에 대해

$g(x) = 1 + \int_2^x f(t)dt$ 가  $x=2$ 에서 극소이다.  $x=2$ 에서의  $g(x)$ 의 접선이  $y=g(x)$ 와 y축 위에서 만난다. 이때,  $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 4                      ② 8                      ③ 12  
 ④ 16                    ⑤ 20

15. 자연수로만 이루어진 수열  $a_n$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대해 다음을 만족시킨다.

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1 & (a_n \text{은 홀수}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

$a_8 = 1$ 이 되게 하는 자연수  $a_1$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 160    ② 170    ③ 180    ④ 190    ⑤ 200

단답형

16. 부등식  $2^{x+3} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$ 을 만족하는 정수  $x$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + 10x^9$ 이고,  $f(0) = 1$ 이다. 이때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 삼차함수  $f(x) = x^3 - 2ax^2 + 3ax + b$ 가  $x = 1$ 에서 극대이고, 극솟값이 6일 때,  $ab$ 의 값은? [3점]

20.  $x \geq 0$ 에서  $f(x) = k + \int_0^x (t^2 - 6t)dt$ 가 항상 0 이상이 되게 하는 자연수  $k$ 의 최솟값은? [4점]

19. 자연수  $a, b, c$ 에 대해  $f(x) = a \sin(2bx)$ 와  $g(x) = |\cos(cx)|$ 의 주기가 같고,  $a \sin^2 x = b \cos^2 x$ 를 만족하는 가장 작은 양수가  $\frac{\pi}{3}$ 이다. 이 때,  $b^{a+c}$ 의 최솟값은? [3점]

21.  $a_n = \frac{(\sum_{k=1}^n k)(\sum_{k=1}^n k^2)}{\sum_{k=1}^n (k \times k^2)}$  이라고 하자.  $a_n$ 의 항들 중 자연수인 것을

작은 것부터 순서대로  $b_1, b_2, b_3, \dots$ 라 할 때,  $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값은?

[4점]

22.  $x$ 축과 두 개 이상의 점에서 만나며 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대해 모든 실수에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족한다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에서  $g(x) \geq 0$ 이다.  
 (나) 모든 실수  $x$ 에서  $\{g(x) - f(x)\}\{g(x) - f'(x)\} = 0$ 이다.  
 (다)  $y = g(x)$ 는 서로 다른 세 점에서 미분 불가능하다.

실수  $t$ 에 대해  $g(x) = t$ 의 실근의 개수가 4가 되게 하는  $t$ 의 범위가  $f(\alpha) < t < 32$ 이고,  $f(x)$ 가  $x = \beta$ 에서 극대라고 할 때,  $\beta - \alpha$ 의 값이  $\frac{\sqrt{p} - q}{2}$ 라 하자. 이때,  $p + q$ 의 값은? (단,  $\alpha < \beta$ 이며,  $p$ 와  $q$ 는 자연수) [4점]

23번부터 25번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

23.  $f(g(x)) = x$ 이고,  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $f'(x)$ 가 모두 역함수가 존재한다.

매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = f(t), y = g(t)$$

에서  $t=1$ 일 때,  $\frac{dy}{dx} = \left\{ \frac{dt}{dx} \right\}^2$ 이다.  $f(1)+g(1)$ 의 값은? [8점]

24.  $r > 1$ 인 자연수  $r$ 을 공비로 하는 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대해

$$b_n = \begin{cases} a_n & (n \leq p) \\ \frac{1}{a_n} & (n > p) \end{cases}, c_n = \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{이다.}$$

집합  $\{c_m | c_m < 1, m \text{은 자연수}\}$ 의 원소가  $\frac{1}{2}, \frac{1}{128}$ 이다.

$\sum_{k=1}^{\infty} b_k = \frac{97}{8}$ 일 때,  $a_6 + p$ 의 값은? (단,  $a_1$ 은 자연수) [9점]

25. 최고차항의 계수가 1인 다항함수  $f(x)$ 는 다음 조건을 모두 만족하는 함수 중 차수가 가장 낮은 것이라고 하자.

- (가)  $g(x) = f(x)e^x$ 는 서로 다른 두 실근  $\alpha, \beta$ 를 가진다. ( $\alpha < \beta$ )  
 (나)  $|g(x)|$ 는  $x = \beta$ 에서만 미분 불가능하다.  
 (다)  $f(x)$ 의 극솟값을  $L$ 이라고 할 때,  $f(\alpha) - L = 4$ 이다.

$f(x)$ 의 극댓점을 A, 극솟점을 B라 할 때,  $\frac{5}{4}(\overline{AB})^2 + \frac{4}{5}g'(\alpha)$ 의 값은? [9점]