

제 2 교시

수학 영역

성명 수험번호 -

9. 자연수 a, b 에 대하여 두 함수 $f(x) = x^a, g(x) = x^b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(a) + g(b)$ 의 값으로 가능한 것을 모두 더한 것은? [4점]

두 극한값

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)}{x^4}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{x^3}$$
 은 존재하며 0이 아니다.

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

10. 양의 상수 a 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값은? [4점]

(가) $af(a) + 1 = 0, af(-a) = 1, f'(a) = 1$
 (나) x 에 대한 방정식 $xf(x) + 1 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① 112 ② 113 ③ 114 ④ 115 ⑤ 116

11. 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 순서쌍 (a_1, a_2, \dots, a_5) 의 개수는? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n^3 = a_n$ 이다.
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{2n-1} a_k$ 의 값은 짝수이다.

- ① 16 ② 125 ③ 216 ④ 375 ⑤ 625

12. 수직선 위의 세 점 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킬 때, 양수 a 의 값은? [4점]

(가) 시간 t 에 따른 점 A, B, C 의 속도는 각각 $a, 2, 2a$ 이다.
 (나) $t = 0$ 일 때 점 A, B, C 는 순서대로 같은 간격으로 위치했으며 $t = 1$ 일 때 점 A, B, C 는 모두 같은 위치에 있다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 $x \geq k$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. k 의 최솟값은? [4점]

(가) $x \geq k$ 에서 $(\frac{x}{f(x)})^2 + (g(x))^2 = 1$ 이다.
 (나) $f(2) = f(6)$
 (다) 함수 $g(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극댓값 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 를 가진다.

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 다음 중 상수 a 의 범위와 $f(3)$ 의 값을 올바르게 구한 것은? [4점]

(가) $f(0) = 0$
 (나) 함수 $g(x)$ 의 그래프에 접하는 직선 중 y 축 위의 점 $(0, k)$ 를 지나는 것의 개수를 $j(k)$ 라 할 때, 함수 $j(k)$ 가 불연속인 점의 개수는 1이다.
 (다) 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $h(x) = \begin{cases} f^{-1}(x) & (-1 < x < a) \\ g(x) & (x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq a) \end{cases}$ 의 그래프에 접하는 직선 중 y 축 위의 점 $(0, k)$ 를 지나는 것의 개수를 $i(k)$ 라 할 때, 함수 $i(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

	상수 a 의 범위	$f(3)$ 의 값
①	$a > 0, a \neq 1$	22
②	$0 < a < 1$	24
③	$a > 0, a \neq 1$	24
④	$0 < a < 1$	27
⑤	$a > 0, a \neq 1$	27

28. 1보다 큰 상수 k 에 대하여 $y = \log_e x$ 의 그래프와 $y = p$ 의 그래프의 두 교점을 지름으로 하는 원이 x 축과 접할 때, 다음이 성립하도록 하는 k 의 최댓값은? [4점]

충분히 큰 양수 a 에 대하여 $k^a > 1 + \frac{1}{a}$ 이다.

- ① \sqrt{e} ② $\frac{e}{2}$ ③ e ④ $2\sqrt{e}$ ⑤ $2e$