수능특강 선별자료 2024 VER.

기하

CRYING CHEETAH

CONTENTS

MEMO

1. 포물선

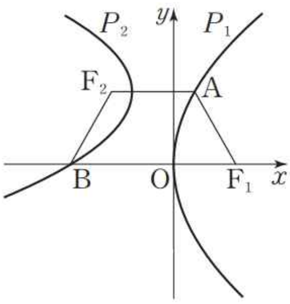
Level 2 2번

1 4보다 큰 자연수 k에 대하여 초점이 F인 포물선 $x^2-4x-8y+k=0$ 위의 임의의 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{PF}}>\overline{\mathrm{PH}}$를 항상 만족시키는 k의 개수는?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

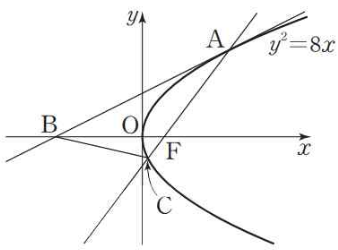
Level 2 3번

2 그림과 같이 초점이 F_1인 포물선 $P_1: y^2=12x$와 초점이 F_2인 포물선 $P_2: (y-b)^2=4p(x-a)$가 있다. 점 F_2를 지나고 x축에 평행한 직선이 포물선 P_1과 만나는 점을 A라 하고, 포물선 P_2가 x축과 만나는 점을 B라 하자. 사각형 $\mathrm{AF_2BF_1}$이 $\overline{\mathrm{F_1A}}=\overline{\mathrm{AF_2}}=\overline{\mathrm{F_2B}}=4$인 등변사다리꼴일 때, $a^2+b^2+p^2$의 값을 구하시오.
(단, a, b, p는 $a<0$, $b>0$, $p<0$인 상수이다.)



Level 2 4번

3 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하고, 직선 AF가 포물선과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AF}}:\overline{\mathrm{CF}}=4:1$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는?
(단, 점 A의 x좌표는 점 F의 x좌표보다 크다.)



① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

Level 2 6번

4 포물선 $y^2=4px$ $(p>0)$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선이 포물선의 준선과 만나는 점을 B라 하고, 점 A를 지나고 직선 AB와 수직인 직선이 준선과 만나는 점을 C라 하자. 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킬 때, 점 C의 y좌표는?

(가) $\angle \mathrm{ACB}=\theta$라 할 때, $\tan\theta=2$이다.

(나) 삼각형 ABC의 넓이는 $\dfrac{125}{4}$이다.

① $\dfrac{11}{2}$ ② $\dfrac{13}{2}$ ③ $\dfrac{15}{2}$ ④ $\dfrac{17}{2}$ ⑤ $\dfrac{19}{2}$

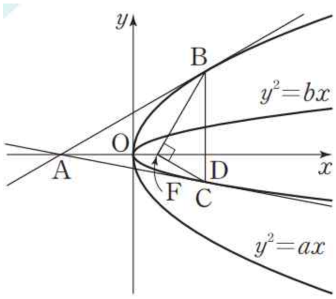
Level 3 2번

5 두 양수 a, b에 대하여 준선이 y축인 포물선 $(y-b)^2=8(x-a)$의 초점을 F라 하고, 직선 OF가 포물선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=10$일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

Level 3 3번

6 그림과 같이 $a>b>0$인 두 상수 a, b에 대하여 포물선 $y^2=ax$와 포물선 $y^2=bx$가 있다. x좌표가 음수인 x축 위의 점 A를 지나고 기울기가 양수인 직선이 포물선 $y^2=ax$와 접하는 점을 B, 점 A를 지나고 기울기가 음수인 직선이 포물선 $y^2=bx$와 접하는 점을 C라 하고, 선분 BC가 x축과 만나는 점을 D라 하자. 포물선 $y^2=ax$의 초점을 F라 할 때, 네 점 A, B, C, F가 다음 조건을 만족시킨다.



(가) $\angle \mathrm{BFC}=\dfrac{\pi}{2}$이고, $\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{DC}}=3:1$이다.

(나) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $\dfrac{8\sqrt{7}}{3}$이다.

$9(a+b)$의 값을 구하시오. (단, 점 B의 x좌표는 점 F의 x좌표보다 크다.)

MEMO

2. 타원

Level 1 6번

1

두 타원 $E_1 : \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$, $E_2 : \frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{6}=1$이 만나는 점 중 제1사분면의 점을 P라 하자. 두 타원 E_1, E_2 위의 점 P에서의 접선을 각각 l, m이라 할 때, 두 직선 l, m의 기울기의 합은?

① $-\frac{9}{2}$ ② -4 ③ $-\frac{7}{2}$ ④ -3 ⑤ $-\frac{5}{2}$

Level 2 1번

2

두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$이 y축과 만나는 점 중에서 y좌표가 음수인 점을 A라 하고, 직선 AF가 타원과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. $\angle \mathrm{F'AB}=\frac{\pi}{2}$이고 삼각형 ABF′의 넓이가 24일 때, a^2+b^2의 값은? (단, 점 F의 x좌표는 양수이다.)

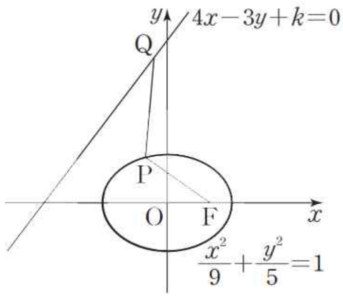
① 48 ② 54 ③ 60 ④ 66 ⑤ 72

Level 2 3번

3

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 위를 움직이는 점 P와 직선 $4x-3y+k=0$ 위를 움직이는 점 Q가 있다. 타원 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$의 한 초점을 F라 할 때, $\overline{\mathrm{PF}}-\overline{\mathrm{PQ}}$의 최댓값이 3이다. 상수 k의 값을 구하시오.

(단, 점 F의 x좌표는 양수이고, $k>3\sqrt{21}$이다.)



Level 2 4번

4 $0<k<2$인 상수 k에 대하여 직선 $y=k$가 타원 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 타원 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$ 위의 두 점 A, B에서의 접선의 기울기의 곱이 -3일 때, k^2의 값은?

① $\frac{10}{7}$ ② $\frac{12}{7}$ ③ 2 ④ $\frac{16}{7}$ ⑤ $\frac{18}{7}$

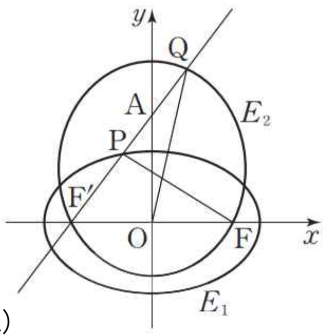
Level 2 6번

5 12보다 큰 자연수 k에 대하여 타원 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{k}=1$과 직선 $mx-y-6m=0$이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 m의 개수가 3일 때, 가능한 모든 k의 개수를 구하시오

Level 3 2번

6 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원을 E_1, 원점 O와 y축 위의 점 A를 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원을 E_2라 할 때, 타원 E_2는 두 점 F, F$'$을 지난다. 직선 F$'$A가 타원 E_1과 만나는 점 중 제2사분면의 점을 P, 타원 E_2와 만나는 점 중 제1사분면의 점을 Q라 하자. 삼각형 PF$'$F의 둘레의 길이와 삼각형 QF$'$O의 둘레의 길이의 차가 2일 때, $\overline{\mathrm{OQ}}-\overline{\mathrm{AQ}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

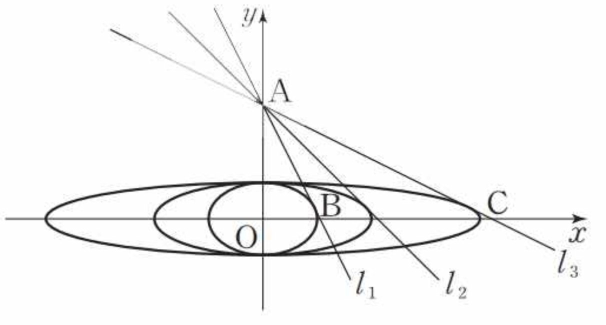
(단, 점 A의 y좌표는 양수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



Level 3 3번

7 그림과 같이 점 $\mathrm{A}(0,\ \sqrt{10})$에서 세 타원 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1\ (1<a<3)$, $\frac{x^2}{9}+y^2=1$, $\frac{x^2}{b^2}+y^2=1\ (b>3)$에 그은 접선 중 기울기가 음수인 직선을 각각 l_1, l_2, l_3이라 할 때, 세 직선 l_1, l_2, l_3의 기울기를 각각 m_1, m_2, m_3이라 하고, 두 직선 l_1, l_3이 x축과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 세 수 m_1, m_2, m_3이 이 순서대로 등비수열을 이루고, 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{15}{2}$일 때, $a^2+b^2=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

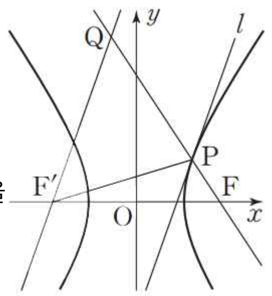
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



3. 쌍곡선

Level 2 6번

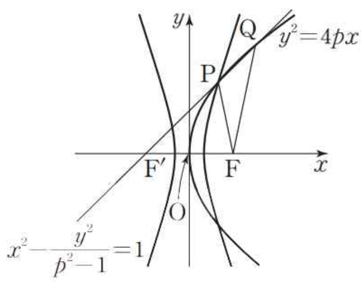
1 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(3,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-3,\ 0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에서 쌍곡선에 접하는 직선을 l이라 하고, 점 F′을 지나고 직선 l과 평행한 직선이 직선 FP와 만나는 점을 Q라 하자. 직선 l의 기울기가 $2\sqrt{2}$이고, $\overline{\mathrm{PF}}:\overline{\mathrm{PQ}}=1:3$일 때, 삼각형 PQF′의 둘레의 길이는 $p+q\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이고, a와 b는 상수이다.)



Level 3 1번

2 그림과 같이 1보다 큰 양수 p에 대하여 점 F를 초점으로 하는 포물선 $y^2=4px$와 두 점 F, F′을 초점으로 하는 쌍곡선 $x^2-\dfrac{y^2}{p^2-1}=1$이 있다. 쌍곡선과 포물선이 만나는 점 중 제1사분면의 점을 P라 할 때, 직선 F′P가 포물선과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. $\overline{\mathrm{F'P}}:\overline{\mathrm{PQ}}=2:1$이고, 삼각형 PFQ의 둘레의 길이가 16일 때, p의 값은?

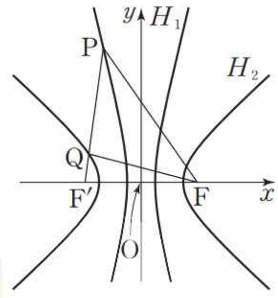
(단, 점 P의 x좌표는 점 F의 x좌표보다 작다.)



① $\dfrac{3}{2}$　② 2　③ $\dfrac{5}{2}$　④ 3　⑤ $\dfrac{7}{2}$

Level 3 2번

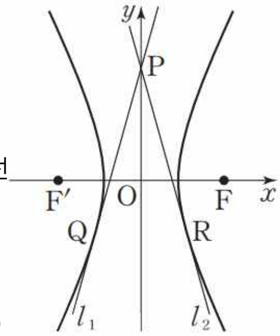
3 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하는 두 쌍곡선 $H_1 : x^2-\dfrac{y^2}{15}=1$, $H_2 : \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>1,\ b>0)$이 있다. 쌍곡선 H_1위의 제2사분면에 있는 점 P에 대하여 선분 PF'이 쌍곡선 H_2와 만나는 점을 Q라 할 때, 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다. a^2-b^2의 값을 구하시오.



(가) $\overline{\mathrm{FF}'}$, $\overline{\mathrm{PF}'}$, $\overline{\mathrm{PF}}$가 이 순서대로 공차가 양수인 등차수열을 이룬다.
(나) 삼각형 PQF의 둘레의 길이와 삼각형 $\mathrm{QF'F}$의 둘레의 길이의 차가 10이다.

Level 3 3번

4 양의 실수 t에 대하여 그림과 같이 y축 위의 점 $\mathrm{P}(0,\ t)$에서 쌍곡선 $x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$에 그은 두 접선 중 기울기가 양수인 직선을 l_1, 기울기가 음수인 직선을 l_2라 하고, 두 직선 l_1, l_2가 쌍곡선과 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. 쌍곡선 $x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$의 두 초점을 F, F'이라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, 점 F의 x좌표는 양수이다.)



[보기]

ㄱ. $t=1$일 때, 두 직선 l_1, l_2의 기울기의 곱은 -5이다.
ㄴ. $\overline{\mathrm{QR}}^2 \leq 5$를 만족시키는 t의 최솟값은 4이다.
ㄷ. 삼각형 $\mathrm{FF'R}$가 직각삼각형이 되도록 하는 모든 t의 값을 α, β $(\alpha<\beta)$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2=6$이다.

①ㄱ ②ㄱ,ㄴ ③ㄱ,ㄷ ④ㄴ,ㄷ ⑤ㄱ,ㄴ,ㄷ

MEMO

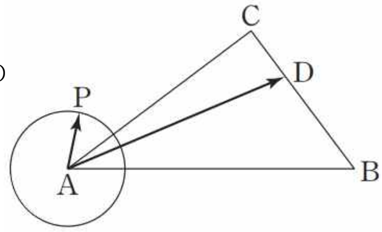
4. 벡터의 연산

Level 2 4번

1 그림과 같이 $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=3$인 삼각형 ABC가 있다. 점 P가 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위를 움직일 때, 변 BC 위의 어떤 한 점 D에 대하여

$$\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AD}$$

를 만족시키는 점 Q가 나타내는 도형이 직선 AC와 만나는 점은 C뿐이다. 삼각형 ABD의 넓이는?



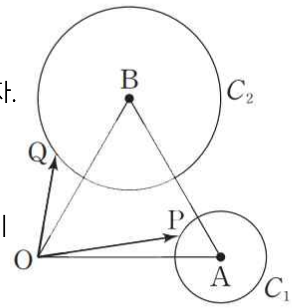
① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

Level 3 2번

2 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 OAB에서 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 C_1, 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원을 C_2라 하자. 두 점 P, Q가 각각 두 원 C_1, C_2 위를 움직일 때,

$$\overrightarrow{OX}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이는 $a\pi$이고 $|\overrightarrow{OX}|$의 최댓값은 $b+c\sqrt{3}$이다. $a+b+c$의 값을 구하시오. (단, a는 실수이고, b와 c는 자연수이다.)



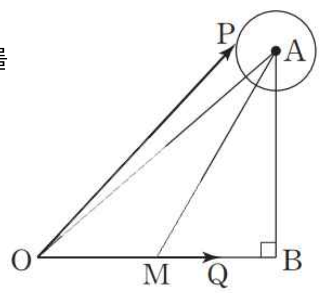
Level 3 3번

3 그림과 같이 $\angle OBA=90^\circ$인 삼각형 AOB에서 변 OB의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AM}=6$, $\angle OMA=120^\circ$이다. 점 P가 중심이 A이고 반지름의 길이가 1인 원 위를 움직이고 점 Q가 선분 MB 위를 움직일 때,

$$\overrightarrow{OX}=\frac{\overrightarrow{OP}+2\overrightarrow{OQ}}{3}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이는 $a\pi+b$이다. $\frac{b}{a}$의 값을 구하시오.

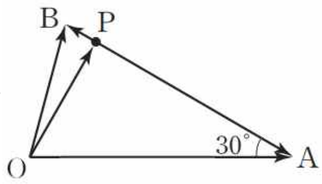
(단, a와 b는 유리수이고, $a\neq 0$이다.)



5. 벡터의 내적, 직선과 원의 방정식

Level 2 3번

1 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}=6$, $\angle\mathrm{OAB}=30^{\circ}$인 예각삼각형 OAB의 변 AB 위의 점을 P라 하자. $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PA}}$일 때, 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$의 크기는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

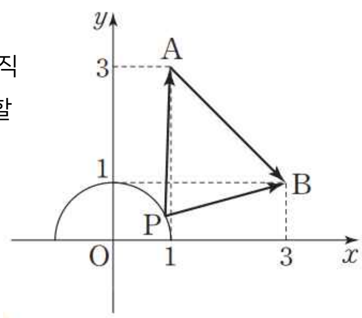
Level 2 4번

2 법선벡터가 $\vec{n}=(3,\ 4)$인 직선 l 위를 움직이는 두 점 P, Q에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}=9$이다. $|2\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 값은 점 P가 점 P′일 때 최솟값 12를 갖는다. 직선 l의 y절편을 $m\ (m>0)$이라 할 때, $m+\overline{\mathrm{OP'}}$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

Level 2 5번

3 그림과 같이 두 점 A(1, 3), B(3, 1)과 반원의 호 $x^2+y^2=1\ (y\ge 0)$위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M\times m$의 값은?



① $-20\sqrt{2}$ ② $-16\sqrt{2}$ ③ $-12\sqrt{2}$
④ $-8\sqrt{2}$ ⑤ $-4\sqrt{2}$

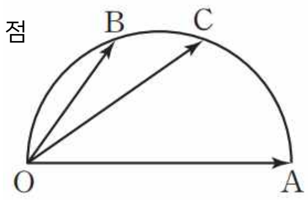
Level 3 1번

4

그림과 같이 길이가 6인 선분 OA를 지름으로 하는 반원의 호 위의 서로 다른 두 점 B, C가

$$\left(\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}|^2}\right)\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$$

를 만족시킬 때, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$의 값을 구하시오



Level 3 3번

5

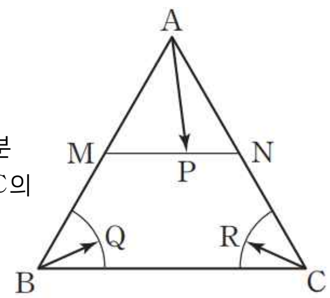
a_1, b_1은 상수이고 a_2, b_2는 양의 상수일 때, 좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$, $\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$에 대하여 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$라 하자. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

(가) $\vec{b}-\vec{a}=(6,\ 8)$
(나) $\overrightarrow{OP}\cdot(\overrightarrow{OP}-\vec{a})=(\overrightarrow{OP}-\vec{a})\cdot\vec{b}$를 만족시키는 점 P가 나타내는 도형과 x축이 만나는 점은 $\mathrm{C}(4,\ 0)$뿐이다.

Level 3 5번

6

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC에서 선분 AB의 중점을 M, 선분 AC의 중점을 N이라 하고 선분 MN 위를 움직이는 점을 P라 하자. 삼각형 ABC의 변 또는 내부의 두 점 Q, R는 $\overline{BQ}=1$, $\overline{CR}=1$을 만족시키며 움직이고 있다. $(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BQ})\cdot\overrightarrow{CR}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $4\times(M\times m)^2$의 값을 구하시오

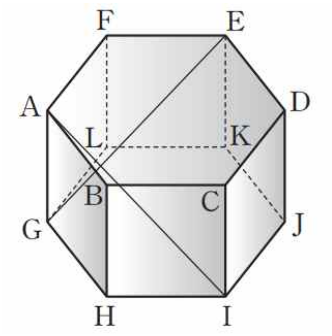


MEMO

6. 공간도형

Level 2 2번

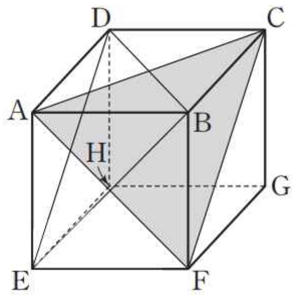
1 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 2인 정육각기둥 $\mathrm{ABCDEF}-\mathrm{GHIJKL}$이 있다. 두 직선 AI, GE가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{8}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{8}$

Level 2 4번

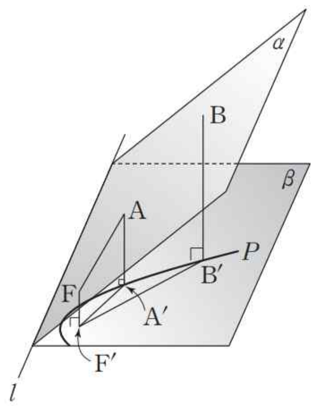
2 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 4인 정육면체 $\mathrm{ABCD}-\mathrm{EFGH}$가 있다. 삼각형 AFC의 평면 BDE 위로의 정사영의 넓이는?



① $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{5}$
④ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

Level 2 6번

3 그림과 같이 교선이 l인 두 평면 α, β에 대하여 평면 α 위의 점 F에서 평면 β에 내린 수선의 발을 F′이라 하고, 초점이 F′이고 준선이 l인 평면 β 위의 포물선을 P라 하자. 평면 α 위의 두 점 A, B서 평면 β에 내린 수선의 발을 각각 A′, B′이라 하면 두 점 A′, B′은 포물선 P 위의 점이다. $\overline{\mathrm{AF}}=6$, $\overline{\mathrm{FF'}}=3$, $\overline{\mathrm{A'F'}}=3\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{B'F'}}=2\sqrt{21}$일 때, 점 B에서 직선 l까지의 거리는? (단, $\overline{\mathrm{AA'}}>\overline{\mathrm{FF'}}$)



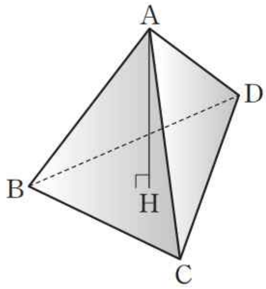
① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

Level 3 1번

4 그림과 같이 $\overline{BC}=5$, $\overline{BD}=8$, $\angle CBD=\frac{\pi}{3}$인 사면체 ABCD가 있다. 점 A에서 밑면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하고, 세 삼각형 ABC, ACD, ABD의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 할 때,

$$\overline{AH}=6,\ S_1 : S_2 : S_3 = 5 : 7 : 8$$

이다. 선분 AB의 길이는? (단, 점 H는 삼각형 BCD의 내부에 있다.)

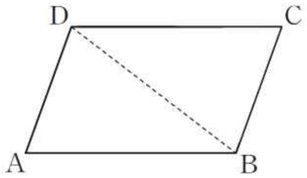


① $3\sqrt{5}$　② $4\sqrt{3}$　③ 7　④ $5\sqrt{2}$　⑤ 8

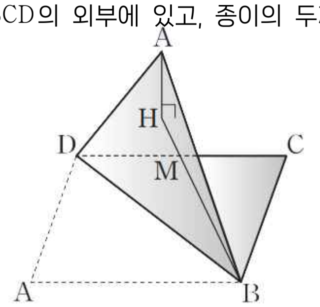
Level 3 2번

5 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BD}=10$, $\overline{AD}=2\sqrt{10}$인 평행사변형 ABCD 모양의 종이를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 삼각형 ABD를 접어 올렸다. 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하면 직선 BH는 선분 CD의 중점 M을 지난다. 두 평면 ABD와 BCD가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

(단, 점 H는 삼각형 BCD의 외부에 있고, 종이의 두께는 고려하지 않는다.)



[그림 1]

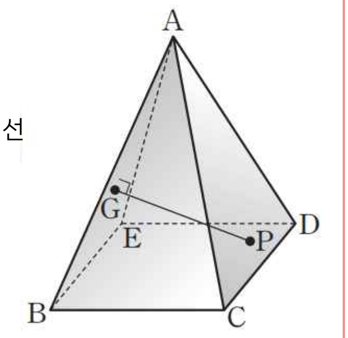


[그림 2]

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{\sqrt{2}}{3}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$　④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Level 3 3번

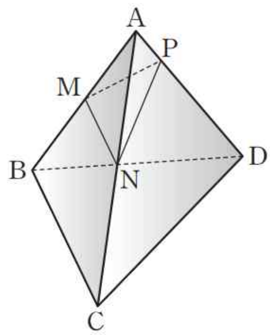
6 그림과 같이 밑면 BCDE는 한 변의 길이가 4인 정사각형이고 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AE}}=2\sqrt{10}$인 정사각뿔 A－BCDE가 있다. 삼각형 ACD 내부의 점 P에서 평면 ABE에 내린 수선의 발 G가 삼각형 ABE의 무게중심이다. 직선 PG와 평면 BCDE가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?



① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{2\sqrt{13}}{9}$ ③ $\frac{2\sqrt{15}}{9}$
④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{5}}{9}$

Level 3 4번

7 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=8$, $\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{DC}}$인 사면체 ABCD가 있다. 두 선분 AB, AC의 중점을 각각 M, N이라 하면 선분 AD 위의 한 점 P에 대하여 사면체 ABCD는 다음 조건을 만족시킨다.



(가) 삼각형 PMN의 평면 BCD 위로의 정사영은 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$인 정삼각형이다.
(나) 삼각형 AMN의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는 $2\sqrt{3}$이다.
(다) 삼각형 DBC의 넓이는 $20\sqrt{3}$이다.

두 평면 PMN과 BCD가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos^2\theta=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, 점 A의 평면 BCD 위로의 정사영은 삼각형 BCD 내부에 있고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

7. 공간좌표

Level 2 4번

1 좌표공간의 세 점 $\mathrm{A}(-2,\ 0,\ 0)$, $\mathrm{B}(6,\ 0,\ 0)$, $\mathrm{C}(0,\ p,\ q)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 ABC의 넓이는 $8\sqrt{5}$이다.
(나) 직선 BC가 xy평면과 이루는 예각의 크기는 30°이다.

$p\times q$의 값은? (단, $p>0$, $q>0$)

① $4\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $2\sqrt{22}$ ④ $2\sqrt{23}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

Level 2 6번

2 좌표공간에 점 $\mathrm{A}(2,\ 1,\ 4)$와 xy평면 위에 점 $\mathrm{B}(2,\ 1,\ 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 C가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P와 점 A를 지나는 모든 직선이 중심이 D이고 반지름의 길이가 6인 구와 접할 때, $\overline{\mathrm{OD}}^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 D의 z좌표는 양수이다.)

Level 2 7번

3 좌표공간의 구 $S: x^2+(y-8\sqrt{2})^2+(z-2)^2=36$에 대하여 구 S 위의 점 중 xy평면으로부터 가장 멀리 떨어진 점을 P라 하자. x축을 포함하고 점 P를 지나는 평면 α가 구 S와 만나서 생기는 도형을 C라 할 때, 도형 C의 xy평면 위로의 정사영의 넓이는?

① $4\sqrt{2}\pi$ ② $4\sqrt{3}\pi$ ③ 8π ④ $4\sqrt{5}\pi$ ⑤ $4\sqrt{6}\pi$

Level 3 3번

4 좌표공간의 구 S가 다음 조건을 만족시킨다

(가) 구 S가 xy평면, yz평면, zx평면과 만나서 생기는 도형의 넓이는 각각 28π, 30π, 34π이다.
(나) 구 S 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{OP}}$의 최댓값은 10이다.

구 S가 y축과 만나는 두 점을 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는?
(단, O는 원점이고, 구 S의 중심의 x좌표, y좌표, z좌표는 모두 양수이다.)

① 8 ② $6\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{22}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

Level 3 4번

5 좌표공간에 점 $\mathrm{A}(3,\ 4,\ 0)$과 점 A를 지나고 xy평면에 수직인 직선 l이 있다. 직선 l 위의 점 B에 대하여 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점을 C라 하고, 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{BC}}$인 구를 S라 하자. 구 S 위를 움직이는 점 P에 대하여 직선 BP가 xy평면과 만나는 점을 Q라 할 때, 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P는 선분 BQ를 $1:2$로 내분하는 점이다.
(나) 점 Q가 나타내는 도형의 길이는 24π이다.

$\overline{\mathrm{OP}}^2$의 최댓값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 B의 z좌표는 양수이고, 점 P는 점 B가 아니다.)

Level 3 5번

6 좌표공간의 구 S가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 구 S의 중심의 x좌표는 0이고, z좌표는 양수이다.
(나) 구 S는 점 $\mathrm{A}(0,\ \sqrt{15},\ 0)$에서 y축과 접한다.
(다) 구 S는 z축과 두 점 B, C에서 만나고, $\overline{\mathrm{OC}}-\overline{\mathrm{OB}}=14$이다.

구 S 위를 움직이는 점 P에 대하여 삼각형 ACP의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 하고, 구 S 위의 점 중 x좌표가 가장 큰 점을 R라 하자. 점 R에서 선분 BQ에 내린 수선의 발을 H라 하고, 직선 RH와 yz평면이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos^2\theta=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, 점 P는 점 A와 점 C가 아니며 p와 q는 서로소인 자연수이다.)

정답

1. 포물선

1. ④ 2. 17 3. ⑤ 4. ② 5. ⑤ 6. 80

2. 타원

1. ⑤ 2. ② 3. 23 4. ④ 5. 72 6. 33 7. 157

3. 쌍곡선

1. 12 2. ④ 3. 2 4. ⑤

4. 벡터의 연산

1. ④ 2. 15 3. 12

5. 벡터의 내적, 직선과 원의 방정식

1. ③ 2. ③ 3. ② 4. 24 5. 16 6. 7

6. 공간도형

1. ① 2. ④ 3. ⑤ 4. ② 5. ④ 6. ④ 7. 22

7. 공간좌표

1. ② 2. 201 3. ⑤ 4. ④ 5. 209 6. 42