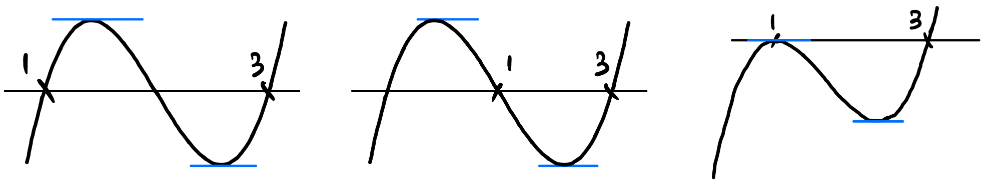
27

2021학년도 9월 평가원(나형) 30번

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$
(나) 집합 $\{x\,\vert\,x \geq 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하시오. [4점] 105



→ 나) 조건을 만족시키려면 두번째 그림이 되어야 함.

$f(x)=p(x-1)(x-3)(x-\beta)$ $(\beta<1)$

$|f(x)f(a-x)|$ 미.불. 의심점

→ $f(x)f(a-x)=0$

→ $f(x)$ 미.불. 의심점 : $x=\beta, 1, 3$

→ 미가 → $f(x)f(a-x)$는 적어도 $(x-\beta)^2(x-1)^2(x-3)^2$ 을 인수로 가져야 함.

→ $f(a-x)$ 에 $(x-\beta)(x-1)(x-3)$ 가 있어야 한다.

$$\therefore f(a-x)=-p(x-\beta)(x-1)(x-3)$$
$$=-f(x)$$

$\therefore f(x)=p(x+1)(x-1)(x-3)$, $a=2$

$g(x)=|f(x)f(a-x)|=|f(x)\cdot(-f(x))|=\{f(x)\}^2$

$$\therefore \frac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}=\frac{g(8)}{f(0)\times f(8)}=105$$