제 2 교시

수학 영역(A 형)

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}}\times 2$ 의 값은? [2점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

8 x2 =16

2. 행렬 $A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $3A$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

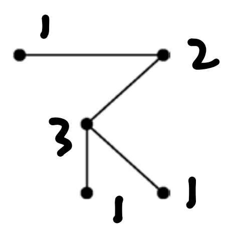
4x3=12

3. $\lim_{n\to\infty}\frac{5n^3+1}{n^3+3}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{5}{1}$

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]



① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

5. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=12$일 때, a_5의 값은? [3점]

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 60 ⑤ 72

$12 \times 2^2 = 48$

6. $\int_0^1 3x^2\,dx$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A \cup B) = 4\mathrm{P}(B) = 1$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? [3점]

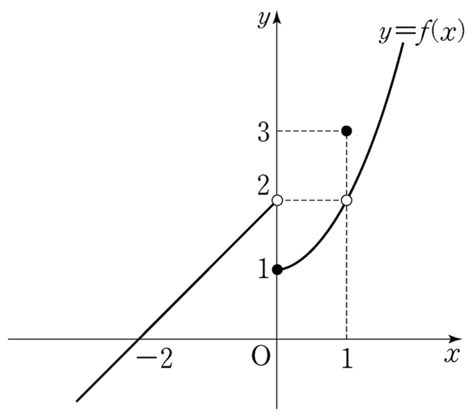
① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

$a+b=4b=1$

$b=\frac{1}{4}$

$a=\frac{3}{4}$

8. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to-0} f(x)+\lim_{x\to1} f(x)$의 값은? [3점]

2 2

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 어느 직업 체험 행사에 참가한 300명의 A 고등학교 1, 2학년 학생 중 남학생과 여학생의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남학생	여학생
1학년	80	60
2학년	90	70

이 행사에 참가한 A 고등학교 1, 2학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 여학생일 때, 이 학생이 2학년 학생일 확률은? [3점]

① $\frac{6}{13}$ ② $\frac{7}{13}$ ③ $\frac{8}{13}$ ④ $\frac{9}{13}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

$\frac{70}{130}=\frac{7}{13}$

10. 도로용량이 C인 어느 도로구간의 교통량을 V, 통행시간을 t라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log\left(\frac{t}{t_0}-1\right)=k+4\log\frac{V}{C}\quad(t>t_0)$$

(단, t_0은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고, k는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때 통행시간은 기준통행시간 t_0의 $\frac{7}{2}$배이다. k의 값은? [3점]

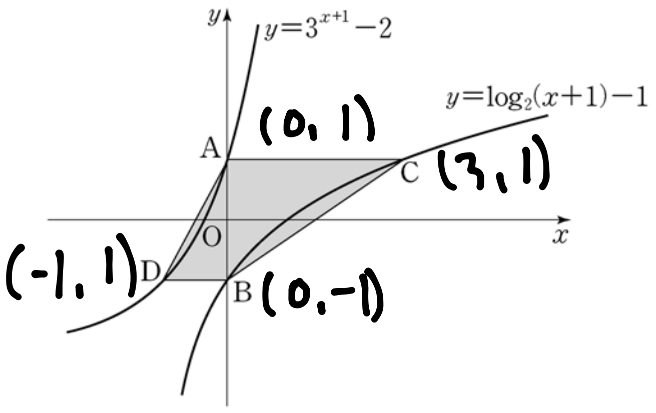
① $-4\log2$ ② $1-7\log2$ ③ $-3\log2$
④ $1-6\log2$ ⑤ $1-5\log2$

$\log\left(\frac{7}{2}-1\right)=k+4\log2$

$=\log\frac{5}{2}-4\log2$

$=1-6\log2$

11. 그림과 같이 두 곡선 $y=3^{x+1}-2$, $y=\log_2(x+1)-1$이 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)-1$과 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=3^{x+1}-2$와 만나는 점을 D라 할 때, 사각형 ADBC의 넓이는? [3점]



① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

$\frac{1}{2}\times1\times2+\frac{1}{2}2\times3=\frac{8}{2}=4$

12. 자연수 n에 대하여 $3^n\cdot5^{n+1}$의 모든 양의 약수의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}$의 값은? [3점]

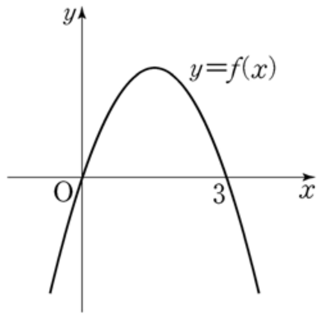
① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$a_n=(n+1)(n+2)$

$\frac{1}{2}-\cancel{\frac{1}{3}}$

$\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}$

[13~14] 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고, $f(0)=f(3)=0$이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수 m에 대하여 $f(m)$이 0보다 큰 사건을 A라 하자. 한 개의 주사위를 15회 던지는 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [3점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

$P(A) = \frac{1}{3}$

$B(15, \frac{1}{3})$ $m=5$

14. $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{7}{6}$일 때, $f'(0)$의 값은? [4점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

$\int_0^1 ax^2 - 3ax = \frac{7}{6}$

$\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right)a = \frac{-7}{6}a = +\frac{7}{6}$

$a=-1$

$f'(0)=3$

15. 네 개의 자연수 1, 2, 4, 8 중에서 중복을 허락하여 세 수를 선택할 때, 세 수의 곱이 100 이하가 되도록 선택하는 경우의 수는? [4점]

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

$2^5=32 \quad 2^6=64 \quad 2^7=128$

0 1 2 3

$_4H_3 - \left(\begin{matrix} 3\ 3\ 3 \\ 3\ 3\ 2 \\ 3\ 3\ 1 \\ 3\ 2\ 2 \end{matrix} \right.$

$20-4$
$=16$

16. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1}=\sum_{k=1}^{n} S_k \quad (n \geq 1) \cdots\cdots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식 (*)에 의하여
>
> $$\frac{S_n}{n}=\sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \cdots\cdots ㉠$$
>
> 이다. (*)에서 ㉠을 빼서 정리하면
>
> $$\frac{S_{n+1}}{S_n}=\frac{\boxed{(가)}}{n} \quad (n \geq 2)$$
>
> 이다. ㉠으로부터 $S_2=2$이고,
>
> $$S_n=\frac{S_n}{S_{n-1}} \times \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \times \cdots \times \frac{S_3}{S_2} \times S_2 \quad (n \geq 3)$$
>
> 이므로
>
> $$S_n=n! \times \boxed{(나)} \quad (n \geq 3)$$
>
> 이다. 그러므로 a_n은
>
> $$a_n=\begin{cases} 1 & (n=1,\ 2) \\ \dfrac{n^2-n+1}{2} \times (n-1)! & (n \geq 3) \end{cases}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(4) \times g(20)$의 값은? [4점]

① 225　② 250　③ 275　④ 300　⑤ 325

$\frac{S_{n+1}}{n+1} - \frac{S_n}{n} = S_n$

$\frac{(n+1)^2}{n}$

가

$\frac{n^2}{\cancel{n-1}} \cdot \frac{\cancel{(n-1)^2}}{\cancel{n-2}} \cdot \cdots \cdot \frac{\cancel{3^2}}{2} \cdot 2$

(나)

$(n!) \cdot \frac{n}{2}$

$25 \cdot 10 = 250$

17. 함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$의 모든 극값의 곱이 -4일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$f'(x)=3x^2-6x$

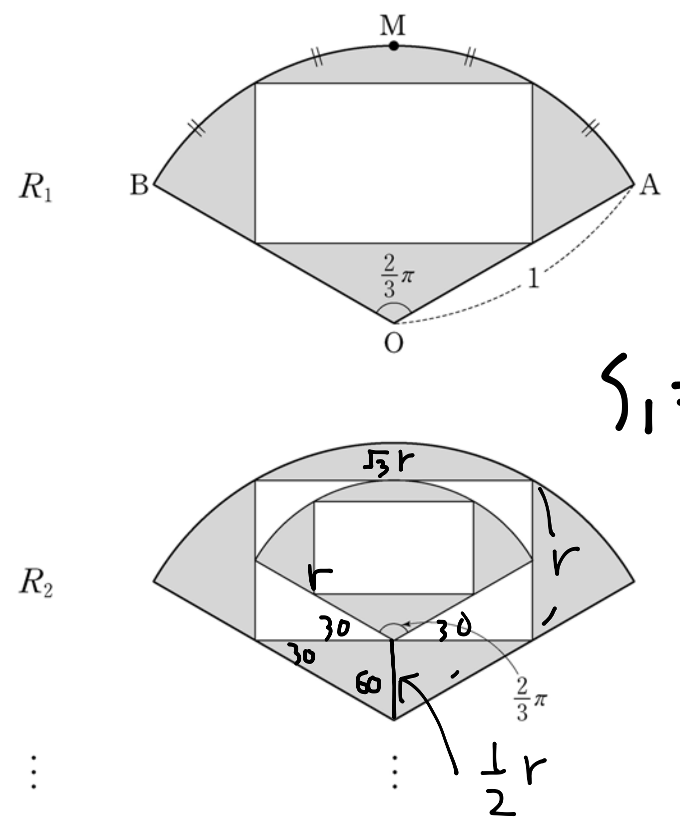
극값 0 or 2

$f(0)=a$, $f(2)=a-4$

$a^2-4a+4=0$

$a=2$

18. 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴 OAB가 있다. 그림과 같이 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 호 AM과 호 MB를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



$S_1=\frac{1}{2}1^2\cdot\frac{2}{3}\pi$

① $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi-\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2\pi-3\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi-2\sqrt{3}}{3}$

by 방멱정리

$\left(1-\frac{3}{2}r\right)\left(1+\frac{3}{2}r\right)=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2$

$1-\frac{9}{4}r^2=\frac{3}{4}r^2$ $r^2=\frac{1}{3}$

ans $\dfrac{\frac{1}{3}\pi-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{1}{3}}$

19. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$AB+A+B=2E, \quad A^3+E=O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A+E$의 역행렬이 존재한다.
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. $A+B=-E$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ $(A+E)B=2E-A$
$(A+E)B+A+E=3E$
$(A+E)^{-1}=\frac{1}{3}(B+E)$ 참

ㄴ $(A+E)(B+E)=3E$
$(B+E)(A+E)=3E$
$=BA+A+B+E=3E$
참

ㄷ $A^2-A+E=0$
$A^2=A-E$
$A^2B+A^2+AB=2A$
$AB-B+A-E+AB=2A$
$A+B=2AB-E$
$AB=E$, $A+B=E$, 거짓

20. 어느 나라에서 작년에 운행된 택시의 연간 주행거리는 모평균이 m인 정규분포를 따른다고 한다. 이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 16대를 임의추출하여 구한 연간 주행거리의 표본평균이 $\bar{x}$이고, 이 결과를 이용하여 신뢰도 95%로 추정한 m에 대한 신뢰구간이 $[\bar{x}-c, \bar{x}+c]$이었다. 이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 임의로 1대를 선택할 때, 이 택시의 연간 주행거리가 $m+c$ 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 주행거리의 단위는 km이다.) [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.49	0.1879
0.98	0.3365
1.47	0.4292
1.96	0.4750

① 0.6242 ② 0.6635 ③ 0.6879
④ 0.8365 ⑤ 0.9292

$m-1.96\frac{\sigma}{4}$ $m+1.96\frac{\sigma}{4}$

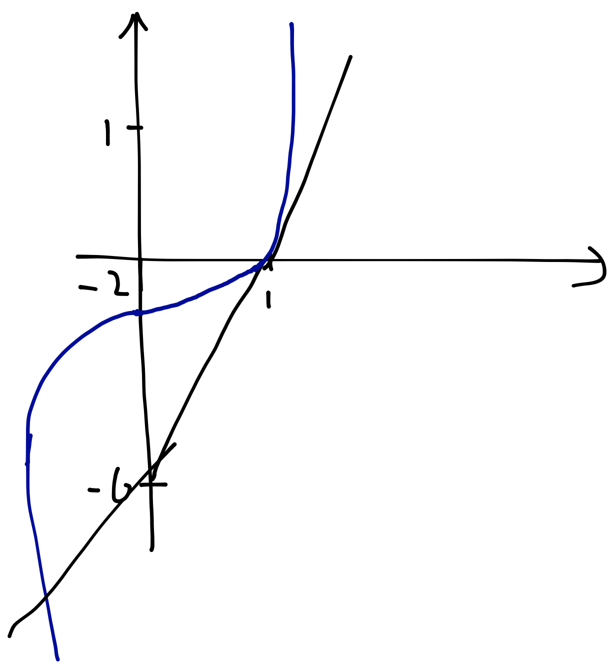
$C=\frac{1.96\sigma}{4}=0.49\sigma$

$\therefore 0.5+0.1879=0.6879$

21. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점]

(가) $f(0)=-3$
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44



by (4) $f(x) = \begin{cases} x^3+ax^2+bx-3 \\ x^2+cx-3 \end{cases}$

$f(1)=0$

$f'(1)=6$

(1) $f(x)$가 2차식

$c-3+1=0$, $c=2$

$f'(x)=2x+2$, $f'(1)\neq 6$

(2) $f(x)$가 3차식

$1+a+b-3=0$, $a+b=2$

$3+2a+b=6$

$a=1$ $b=1$

$27+9+3-3=36$

단답형

22. $\lim_{x\to 3} \dfrac{x^3}{x-2}$의 값을 구하시오. [3점]

$\dfrac{27}{1}=27$

23. x, y에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 \\ b \end{pmatrix}$$

의 해가 $x=-1$, $y=2$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [3점]

$-a+2=-2$

$a=4$

$b=4$

8

24. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 + a_{10} = 22$일 때, $\sum_{k=2}^{9} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

$22 \times 4 = 88$

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(3x+2)(x-3)}{x-3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

$a = 11$

26. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)\,dt = x^3 + 4x$$

를 만족시킬 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [4점]

양변미분

$f(x) = 3x^2 + 4$

304

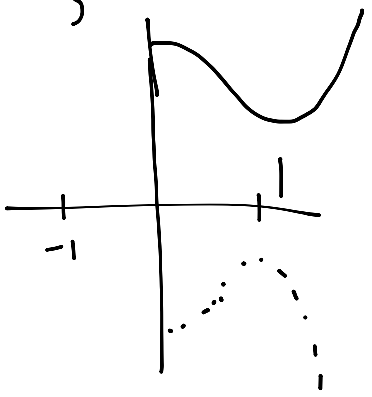
27. 곡선 $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{11}{3}\ (x>0)$ 위를 움직이는 점 P 와 직선 $x-y-10=0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점 P 의 좌표를 (a, b)라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

$$d=\frac{\left|x-\frac{1}{3}x^3+\frac{11}{3}-10\right|}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{d(x)}{dx}=1-x^2$$

$$-\frac{1}{3}x^3+x-\frac{19}{3}$$

$$=-\frac{1}{3}(x^3-3x+19)$$



1에서 최소 $a=1$ $b=4$

답 5

28. 자연수 n에 대하여 점 $(3n, 4n)$을 중심으로 하고 y축에 접하는 원 O_n이 있다. 원 O_n 위를 움직이는 점과 점 $(0, -1)$ 사이의 거리의 최댓값을 a_n, 최솟값을 b_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$의 값을 구하시오. [4점]

$$(x-3n)^2+(y-4n)^2=(3n)^2$$

$$a_n=\sqrt{(3n)^2+(4n+1)^2}+3n$$

$$b_n=\sqrt{(3n)^2+(4n+1)^2}-3n$$

$$\frac{8}{2}=4$$

29. 구간 $[0, 3]$의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{P}(x \le X \le 3) = a(3-x) \quad (0 \le x \le 3)$$

이 성립할 때, $\mathrm{P}(0 \le X < a) = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$P(0 \leq X \leq 3) = 3a = 1$

$a = \frac{1}{3}$

$P(\frac{1}{3} \leq X \leq 3)$

$1 - \frac{1}{3}(3 - \frac{1}{3}) = 1 - 1 - \frac{1}{9} = \frac{1}{9}$

답 10

30. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $1 \le a \le 10$, $1 \le b \le 100$
>
> (나) 곡선 $y = 2^x$이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$과 만나지 않는다.
>
> (다) 곡선 $y = 2^x$이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$와 적어도 한 점에서 만난다.

$2^{x+2}+2$ $\quad 2^{x+1}+1$ $\quad 2^{x-1}-1$ $\quad 2^{x-2}-2$

1 $2^3+2 - (2^2+1)$
2 $2^4+2 - (2^3+1)$
3 $2^5+2 - (2^4+1)$
4 $2^6+2 - (2^5+1)$
5 $100 - (2^6+1)$
6
7
8
9
10

$2^2-1 - (2^1-2)$
$2^3-1 - (2^2-2)$
$2^4-1 - (2^3-2)$
$2^5-1 - (2^4-2)$
2^6-1 $- (2^5-2)$
100 $- (2^6-2)$

$100 + 2\times4 - 1\times5$

$103 - 4$

$100 + 5$

$2^{x+2}+2$

$2^{x-2}-2$ 100 인곳

$99 + 105 - 10 + 2 = 196?$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.