

제 2 교시

2021학년도 HIGH CAREER 모의고사 1회 문제지

수 학 영 역
(나 형)

홀수형

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

기출은 반복된다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

COGITO ERGO SUM

수학 영역 (나형)

FINAL 1회

5지선다형

1. $\log_6 \frac{4}{9} + \log_{\sqrt{6}} 9$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 2, a_5 = 14$ 때, a_3 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. 반지름의 길이가 8인 원에 내접하는 삼각형 ABC 가

$\sin A + \sin B + \sin C = \frac{3}{2}$ 을 만족시킬 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이는? [2점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^c) = \frac{1}{3}, P(B^c|A) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

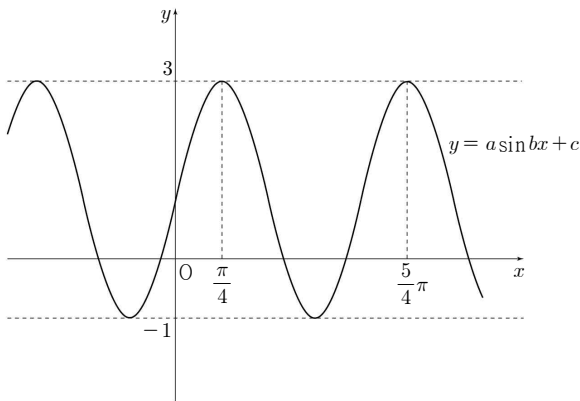
5. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) + 2f(-x) = 4x^2 + 5x$$

를 만족시킬 때, $f'(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = a \sin bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [2점]



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. 함수 $f(x) = |x-2|$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-k) - f(k+2)}{x-2} = -1$$

을 만족시키는 정수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

8. 함수 $f(x) = ax^2 - 2ax$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 꼭짓점을 지나는 직선 $y = g(x)$ 의 그래프가 원점을 지난다. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

9. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 10$ 일 때, $n^2 - 10 + 21$ 의 n 제곱근 중 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

10. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 를 정의역과 공역으로 하고 다음 조건을 만족시키는 함수 f 중에서 임의로 하나를 택할 때, 택한 함수 f 의 치역의 원소의 개수가 2일 확률은? [3점]

$$f(1) + f(2) + f(3) = 7$$

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

11. 모집단의 확률변수 X 가 갖는 값은 1, 3, 5이고, 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 할 때 $P(\bar{X}=2) = \frac{1}{16}$, $E(\bar{X}) = 4$ 이다. $P(X=3) - P(\bar{X}=3)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{1}{32}$ ③ $\frac{3}{64}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{5}{64}$

12. 곡선 $y = x^2 - 1$ 위의 $(t, t^2 - 1)$ 에서의 접선을 l 이라 하자.

곡선 $y = x^2 - 1$ 과 직선 l 및 두 직선 $x = 0$, $x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값은? (단, $0 < t < 1$) [3점]

- ① $\frac{1}{21}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{15}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n + 1 \text{ 을 만족시킨다.}$$

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 959 ② 969 ③ 979 ④ 989 ⑤ 999

14. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + f(-x)}{x^2} = 3$$

$$(나) f(0) = -1$$

$$\int_{-3}^3 f(x) dx \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

15. 최고차항의 계수가 5인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(0) = 10$$

$$(나) f(x) = 3 + \int_1^x (x-2+t)g(t)dt \text{이다.}$$

$f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

16. 주머니 A에는 0, 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀있는 4장의 카드가, 주머니 B에는 3, 4, 5, 6의 숫자가 하나씩 적혀있는 4장의 카드가 들어 있고, 주머니 C에는 +, -, ×, ÷의 연산 기호가 하나씩 적혀있는 4장의 카드가 들어 있다. 세 주머니에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼낼 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀있는 숫자를 a , 주머니 B에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 숫자를 b , 주머니 C에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 연산기호를 *라 하자. $a*b$ 의 값이 0이 될 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{7}{64}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{9}{64}$ ⑤ $\frac{5}{32}$

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, T_n = \sum_{k=1}^n |a_k|$$

라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_7 = a_6 + a_8$
- (나) 6 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $S_n + T_n = 84$ 이다.

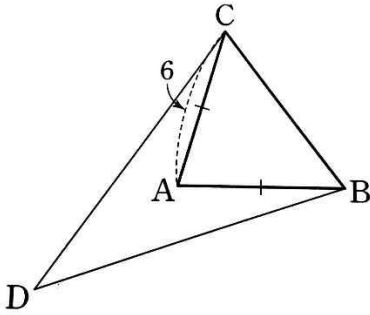
T_{15} 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 102 ③ 108 ④ 114 ⑤ 120

18. 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 를 따르는 확률변수 X 인 모집단에서 임의추출한 크기 n ($n \geq 2$)인 표본의 표본평균을 \bar{X} 라 하자. 실수 t 에 대하여 $F(t) = P(X \geq t) - P(\bar{X} \geq t)$ 라 할 때, 함수 $y = F(t)$ 의 그래프가 $y = k$ 와 한 점에서만 만나도록 하는 서로 다른 모든 k 의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$ 이고 $\sin A = \frac{24}{25}$ 인 이등변삼각형 ABC 가 있다. 직선 BC 에 대하여 점 A 와 같은 쪽에 $\sin D = \frac{3}{5}$ 이 되도록 점 D 를 정할 때, 삼각형 CDB 의 넓이의 최댓값은? [4점]



- ① $\frac{969}{25}$ ② $\frac{194}{5}$ ③ $\frac{971}{25}$ ④ $\frac{972}{25}$ ⑤ $\frac{973}{25}$

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(-x) = f'(x)$ 이다.
 (나) $f(\alpha) = g(\alpha) + 1, f'(\alpha) = g'(\alpha)$
 $f(\alpha + 2) = g(\alpha + 2) + 1$ 인 실수 α 가 존재한다.

$f'(2) - g'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

21. 음이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x) = 3x(x-2)$ 이다.

(나) 모든 양수 x 에 대하여 $f(x+2) = -\frac{1}{2}f(x)$ 이다.

자연수 n 에 대하여 $\int_a^s f(x)dx = 0$ 인 양수 s 의 개수가 $2n$ 이 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 a_n 이라 하자. 음이 아닌 실수 t 에 대하여 $F(t) = \int_0^t f(x)dx$ 라 할 때, $F(a_1) \times F(a_5)$ 의 값은?

- ① $\frac{341}{64}$ ② $\frac{343}{64}$ ③ $\frac{345}{64}$
- ④ $\frac{347}{64}$ ⑤ $\frac{349}{64}$

단답형

22. 함수 $f(x) = |x^2 - 2x|$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x)}{x-2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위가 $0 \leq X \leq 2$ 이고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x) = kx(x-2)^2$ 에 대해 $f(3) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 양수이다.) [3점]

24. 첫째항이 1이고 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

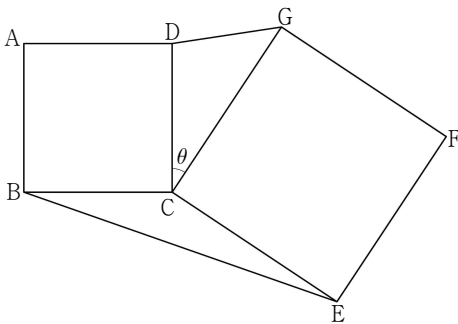
$$\sum_{k=1}^{20} \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{8}{15} \text{ 일 때, } a_{21} = \frac{q}{p} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을 구하시오}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 그림과 같이 평면 위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 4인 정사각형 CDEF가 있다.

$\angle DCG = \theta$ ($0 < \theta < \pi$)라 할 때, $\sin \theta = \frac{\sqrt{11}}{6}$ 이다.

$\overline{DG} \times \overline{BE}$ 의 값을 구하시오 [3점]



26. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 두 함수 $f(x) = \sin(\pi \cos^2 2x)$,

$g(x) = \cos(\pi \cos^2 2x)$ 에 대하여 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 를 만족시키는 서로 다른 모든 정수 x 의 값을 합을 구하시오 [4점]

27. 실수전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구간 $[0, 4)$ 에서 $f(x) = ax(x-3)^2$ 이다.
- (나) $x \geq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x-4) + 2$ 이다.
- (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.

곡선 $f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = -10, x = 10$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

28. 함수 $g(x)$ 와 $a_1 = 1, a_2 = 3$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 음이 아닌 모든 정수 k 와 모든 자연수 m 에 대하여

$$a_{2k+1} + 2a_m = g(m+k)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} g(k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 다음 조건을 만족시키도록 하는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오 [4점]

$$\begin{aligned} \text{(가)} & y \geq x + 2, z \geq y + 3 \\ \text{(나)} & z \leq 10 \end{aligned}$$

30. 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -4x + 2 & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

실수 t 에 대하여 함수 $h(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$a \geq t + 1 \text{인 모든 실수 } a \text{에 대하여 } \frac{g(a) - g(t)}{a - t} \text{의 최댓값을 } h(t) \text{라 한다.}$$

방정식 $h(t) = 0$ 의 모든 실근이 $\frac{1}{4}, \frac{5}{2}$ 일 때, $40f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.