

# [박하나/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(가형) 연습 (3/4) |

## | 한성은

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

파이널 시즌인데 긴장감 제로.

나만 그런가?

[hansungeun.com](http://hansungeun.com)

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.

- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역(가형)

1

5지선다형

1.  $4^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④ 2                      ⑤ 4

3.  $f(x) = x \ln x$ 일 때,  $f'(e)$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

4. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_4 = 6$ ,  $a_7 = 12$ 일 때,  
 $a_1 + a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 18                      ② 21                      ③ 24  
④ 27                      ⑤ 30

# 2

## 수학 영역(가형)

5. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A$ 와  $B^c$ 은 서로 배반사건이고

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $P(A|B)$ 의 값은? (단,  $B^c$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{2}{3}$                       ②  $\frac{3}{4}$                       ③  $\frac{5}{6}$   
④  $\frac{11}{12}$                     ⑤ 1

6.  $(x^2 + x^3)^4$ 의 전개식에서  $x^{10}$ 의 계수는? [3점]

- ① 6                          ② 8                          ③ 10  
④ 12                        ⑤ 14

7. 실수  $\alpha$ 에 대하여  $2\sin\alpha + \cos\alpha = 0$ 일 때,  
 $\sin\alpha \times \cos\alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{2}{5}$                       ②  $-\frac{1}{5}$                       ③  $\frac{1}{5}$   
④  $\frac{4}{5}$                         ⑤  $\frac{4}{5}$

8. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 2) = 3$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n \times (S_n - 2n)\}$ 의 값은? [3점]

- ① 2                      ② 3                      ③ 4  
 ④ 5                      ⑤ 6

9. 닫힌 구간  $[-4, 4]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수가

$$f(x) = a|x| \quad (-4 \leq x \leq 4)$$

일 때,  $a + P(X \geq 2)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{16}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{5}{16}$   
 ④  $\frac{3}{8}$                       ⑤  $\frac{7}{16}$

10. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n-1} = n \\ a_{2n} = n-1 \end{cases}$$

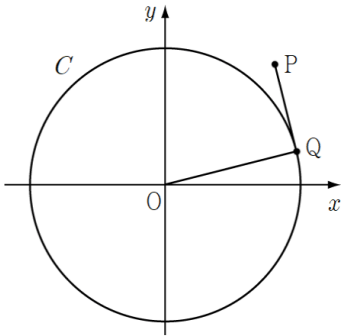
일 때,  $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 70                      ② 80                      ③ 90  
 ④ 100                      ⑤ 110

# 4

# 수학 영역(가형)

11. 좌표평면 위의 원  $C: x^2 + y^2 = 9$ 와 점  $P$ 에 대하여 점  $P$ 에서 원  $C$ 에 그은 접선의 접점 중 하나를  $Q$ 라 하자.  
 직선  $OP$ 의 기울기가  $\frac{11}{10}$ , 직선  $OQ$ 의 기울기가  $\frac{1}{4}$ 일 때,  
 $\overline{PQ}$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점,  $P$ 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



- ① 2                      ②  $\frac{9}{4}$                       ③  $\frac{5}{2}$
- ④  $\frac{11}{4}$                       ⑤ 3

12. 실수 전체의 집합에서  $f(x) > 0$ 인 함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln f(x) = 2$$

를 만족시킨다.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x\{f(x) - 1\}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1
- ④ 2                        ⑤ 4

13. 반지름의 길이가  $3\sqrt{6}$ 인 원에 내접하는  
예각삼각형 ABC가

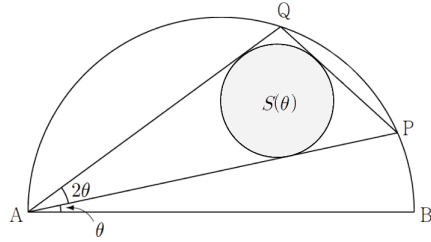
$$\overline{AB}=12, \quad \overline{AC}=8\sqrt{3}$$

일 때,  $\overline{BC}$ 의 값은? [3점]

- ① 6                      ② 8                      ③ 10  
④ 12                     ⑤ 14

14. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는  
반원 O가 있다. 반원의 호 위의 두 점 P, Q는  
 $2\angle PAB = \angle QAP$ 를 만족시킨다.  $\angle PAB = \theta$ 라 할 때,  
삼각형 APQ의 내접원의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [4점]



- ①  $\frac{\pi}{4}$                       ②  $\frac{\pi}{2}$                       ③  $\pi$   
④  $2\pi$                      ⑤  $4\pi$

# 6

# 수학 영역(가형)

15. 검은 공 12개와 흰 공 6개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 6개의 공을 꺼냈을 때 꺼낸 6개의 공 중 검은 공의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

0 이상 6 이하의 정수  $k$ 에 대하여  $P(X=k)$ 는

$$\frac{{}_{12}C_k \times {}_6C_{6-k}}{{}_{18}C_6}$$

이다. 그러므로

$$E(X) = \sum_{k=0}^6 k \times P(X=k)$$

$$= \sum_{k=0}^6 \left\{ k \times \frac{{}_{12}C_k \times {}_6C_{6-k}}{{}_{18}C_6} \right\}$$

이다.  $1 \leq k \leq 6$ 인 자연수  $k$ 에 대하여

$$k \times {}_{12}C_k = 12 \times \boxed{\text{(가)}}$$

이고, 다항식  $(1+x)^{11}(1+x)^6$ 의 전개식에서  $x^5$ 의 계수를 살펴보면

$$\sum_{k=1}^6 \{ \boxed{\text{(가)}} \times {}_6C_{6-k} \} = {}_{17}C_5$$

이므로

$$E(X) = \sum_{k=0}^6 \left\{ k \times \frac{{}_{12}C_k \times {}_6C_{6-k}}{{}_{18}C_6} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^6 \left\{ k \times \frac{{}_{12}C_k \times {}_6C_{6-k}}{{}_{18}C_6} \right\}$$

$$= \frac{1}{{}_{18}C_6} \sum_{k=1}^6 \{ k \times {}_{12}C_k \times {}_6C_{6-k} \}$$

$$= \frac{12}{{}_{18}C_6} \sum_{k=1}^6 \{ \boxed{\text{(가)}} \times {}_6C_{6-k} \}$$

$$= \frac{12}{{}_{18}C_6} \times {}_{17}C_5$$

$$= \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을  $f(k)$ , (나)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $p+f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 149                      ② 154                      ③ 159
- ④ 164                      ⑤ 169

16. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \{\tan^3 x + \tan x\} g'(\tan x) dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{8}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{3}{8}$
- ④ 1                        ⑤  $\frac{5}{8}$



17. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_2^x (e^x - e^t)f(t)dt$$

가 구간  $(-1, \infty)$ 에서 증가할 때,  $g''(-1)$ 의 최솟값은?

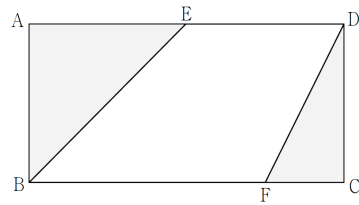
[4점]

- ①  $\frac{1}{e}$                       ②  $\frac{2}{e}$                       ③  $\frac{3}{e}$   
 ④  $\frac{4}{e}$                       ⑤  $\frac{5}{e}$

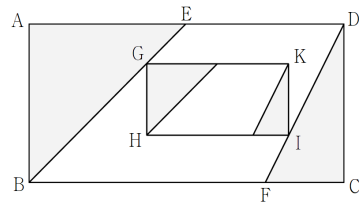
18. 그림과 같이  $\overline{AB}=1$ ,  $\overline{BC}=2$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 AD의 중점을 E, 선분 BC를 3:1로 내분하는 점을 F라 하고, 두 삼각형 ABE, CDF에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 선분 BE를 3:1로 내분하는 점 G, 선분 DF 위의 점 I에 대하여 가로와 세로의 길이의 비가 2:1이고 가로가 선분 BC와 평행한 직사각형 GHIK를 그리고 직사각형 GHIK에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



$R_1$



$R_2$

- ①  $\frac{260}{319}$                       ②  $\frac{280}{319}$                       ③  $\frac{300}{319}$   
 ④  $\frac{320}{319}$                       ⑤  $\frac{340}{319}$

19. A, B 두 선수가 탁구 시합을 할 때, 다음 조건을 만족시키면 시합에서 승리한다.

네 세트를 먼저 이기거나 이긴 세트의 수가  
진 세트의 수보다 2만큼 크다.

첫 세트에서 A가 이겼을 때, 이 시합에서 A가 승리할 확률은? (단, 각 세트에서 A가 이길 확률은  $\frac{1}{2}$ 이다.)

[4점]

- ①  $\frac{13}{16}$                       ②  $\frac{3}{4}$                       ③  $\frac{11}{16}$   
 ④  $\frac{5}{8}$                         ⑤  $\frac{9}{16}$

20.  $x > 0$ 에서 정의된 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 양수  $x$ 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = \frac{1}{2} \ln f'(x)$$

를 만족시킨다.  $f(1) = -1$ 이고  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

- ㄱ.  $f'(1) = 1$ 이다.  
 ㄴ. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 구간  $(0, \infty)$ 에서 위로 볼록하다.  
 ㄷ.  $\{f(2)\}^2 = f'(2)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{2n} = n$ 이다.

(나) 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=n+1}^{2n-1} a_k \text{이다.}$$

$\sum_{k=1}^{64} a_k = 256$ 일 때,  $a_1$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                              ⑤ 4

단답형

22.  $\sigma(X) = 2$ 인 확률변수  $X$ 에 대하여  $V(2X+2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

23. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^8 (a_k + k) = 50$ 일 때,

$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값을 구하여라. [3점]

24. A, A, A, B, B, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, B가 적힌 카드끼리 이웃하지 않도록 하는 경우의 수를 구하여라. [3점]

25. 세 실수  $x, y, z$ 가

$$3^x = 2, \quad \left(\frac{1}{12}\right)^y = 4, \quad a^z = 8$$

를 만족시킨다.  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 1$ 일 때, 양수  $a$ 의 값을 구하여라. [3점]

26. 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수  $X$ 에 대하여 함수

$$f(a) = P(|X - a| \geq 4)$$

는  $a = 10$ 일 때 최솟값 0.0456을 갖는다. 아래의 표준정규분포표를 이용하여  $m + \sigma^2$ 의 값을 구하여라. [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

27. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\log_2 n$ 이 정수이면  $a_n = \log_2 n$ 이다.  
 (나)  $\log_2 n$ 이 정수가 아니면  $a_n = a_{n-1} + 1$ 이다.

$\sum_{n=1}^{31} a_n$ 의 값을 구하여라. [4점]

28.  $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 6$ 을 만족시키는 정수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$  중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 선택한 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 가  $(a-b)(b-c)(c-d) = 0$ 을 만족시킬 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라. [4점]

29. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합  $A$ 에서 집합  $A$ 로의 모든 함수  $f$  중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$f(1)f(2) \leq f(4) \text{ 이거나 함수 } f \text{의 치역이 } A \text{이다.}$$

30. 실수 전체에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 임의의 양수  $x$ 에 대하여  $f''(x) \geq 0$ 이다.  
 (나) 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $f(\cos x - 1) = \cos 2x$ 이다.

함수  $f(x)$ 의  $x > -1$ 인 부분의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $x \geq 1$ 인 모든  $x$ 에 대하여 부등식

$$\int_1^x g(t) dt \geq \frac{1}{8}(x-1)^2$$

가 성립한다.  $\int_0^2 f(x) dx$ 의 값을 구하여라. [4점]

[박하나/한성은 모의고사]  
수능(가형) 연습(3/4) 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	㉔	02	㉓	03	㉔	04	㉔	05	㉑
06	㉑	07	㉑	08	㉕	09	㉕	10	㉔
11	㉑	12	㉔	13	㉔	14	㉕	15	㉕
16	㉓	17	㉓	18	㉓	19	㉔	20	㉕
21	㉔	22	16	23	14	24	40	25	8
26	14	27	253	28	79	29	171	30	10

## COMMENT 14

$\overline{AP} = 2\cos\theta$ ,  $\overline{AQ} = 2\cos 3\theta$ ,  $\overline{PQ} = 2\sin 2\theta$ 이다.  $S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$  하세영.

## COMMENT 15

$f(k) = {}_{11}C_{k-1}$ ,  $p = 4$

## COMMENT 16

구하는 정적분은  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \{\sec^2 x \tan x \times g'(\tan x)\} dx$ 이다.  $\tan x = t$ 로 치환하면  $\int_0^1 tg'(t) dt$ 이고,

부분적분치면  $[tg(t)]_0^1 - \int_0^1 g(t) dt$ , 그래프를 썰어보면  $\int_0^1 f(x) dx$ 이다.

※  $\int_0^1 tg'(t) dt = \int_0^1 f(g(t))g'(t) dt$ 이므로  $\int_0^1 f(x) dx$ 이다.

## COMMENT 17

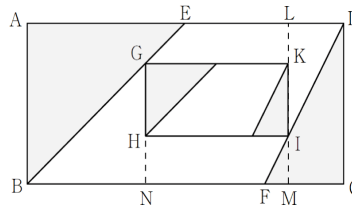
$\int_2^x f(t) dt = \frac{1}{3}(x-2)^2(x-a)$ 이고  $a \leq -1$ 이고,  $g''(-1) = (-a+2)e^{-1}$ 이다.

## COMMENT 18

$\overline{GH} = a$ 라 하자. 그림에서  $\overline{HL} = a + \frac{1}{4}$ 이므로  $\overline{MC} = \overline{LD} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{8}$ 이다.

$\overline{NM} = 2a$ ,  $\overline{BN} = \frac{3}{4}$ 이므로  $\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{8}\right) + 2a + \frac{3}{4} = 2$ 이다.  $a = \frac{9}{20}$ .

답음비는 20:9, 공비는  $\frac{81}{400}$ 이다. 첫째항은  $\frac{3}{4}$ 이다.



## COMMENT 19

경우를 모두 나열하면

승, 패승승, 패승패승승, 패패승승승, 패승패승패승, 패승패패승승, 패패승승패승, 패패승패승승  
이다. 음.. 이걸 좀 명칭해 보이죠? 4×4 타일에서 길찾기로 생각해 보면 조아요.

## COMMENT 20

니은 :  $y = f(x)$ 의 개형에서  $f(x) < 0$ 이므로  $f''(x) > 0$ 이다.

디글 : 항등식  $2f(x)f'(x) = f''(x)$ 의 양 변 적분.



## COMMENT 21

$\sum_{k=1}^n a_k = S_n$  이라 하자.  $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=n+1}^{2n-1} a_k$  의 양 변에  $\sum_{k=1}^n a_k$  를 더하면  $2S_n = S_{2n-1}$  이다.

$$\begin{aligned} S_{64} &= a_{64} + S_{63} = a_{64} + 2S_{32} \\ &= a_{64} + (2a_{32} + 2S_{31}) = a_{64} + 2a_{32} + 4S_{16} \\ &= a_{64} + 2a_{32} + (4a_{16} + 4S_{15}) = a_{64} + 2a_{32} + 4a_{16} + 8S_8 \\ &= a_{64} + 2a_{32} + 4a_{16} + (8a_8 + 8S_7) = a_{64} + 2a_{32} + 4a_{16} + 8a_8 + 16S_4 \\ &= a_{64} + 2a_{32} + 4a_{16} + 8a_8 + (16a_4 + 16S_3) = a_{64} + 2a_{32} + 4a_{16} + 8a_8 + 16a_4 + 32S_2 \\ &= a_{64} + 2a_{32} + 4a_{16} + 8a_8 + 16a_4 + 32a_2 + 32a_1 \end{aligned}$$

## COMMENT 27

$$0 + \{1 \times 2 + (1)\} + \{2 \times 4 + (1+2+3)\} + \{3 \times 8 + (1+2+\dots+7)\} + \{4 \times 16 + (1+2+\dots+15)\}$$

## COMMENT 28

여사건은  $a < b < c < d$  인 사건이므로 답은  $1 - \frac{{}_6C_4}{{}_6H_4} = \frac{37}{42}$  이다.

## COMMENT 29

풀이1) 포함배제를 이용하여

$f(1)f(2) \leq f(4)$  인 사건의 확률은  $\frac{17}{64}$ , 치역이  $A$  일 확률은  $\frac{3}{32}$ , 두 사건의 곱사건의 확률은  $\frac{3}{128}$  이다.

구하는 확률은  $\frac{17}{64} + \frac{3}{32} - \frac{3}{128} = \frac{43}{128}$  이다.

풀이2) 여사건을 이용하여(어떻게 세더라도 심한 삽질 필요한 듯.)

$f(1)f(2) > f(4)$  이며 함수  $f$  의 치역이  $A$  가 아닌 사건이다. 경우의 수를  $f(4)$  에 의해 분류하면

$f(4) = 1$  일 때 54,  $f(4) = 2$  일 때 46,  $f(4) = 3$  일 때 40,  $f(4) = 4$  일 때 30

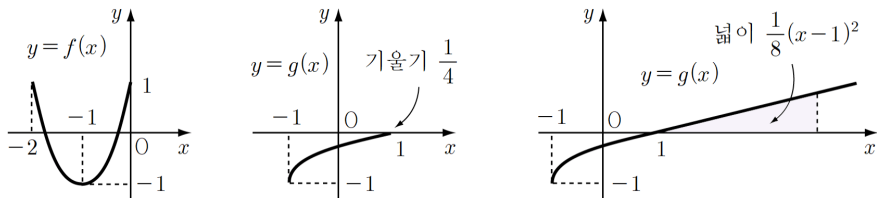
이므로 답은  $1 - \frac{54+46+40+30}{4^4}$  이다. 여사건 많이 떠올 것 같아서 한 번 해봤는데, 일일이 다 셀 수준.

## COMMENT 30

(나)의  $f(\cos x - 1) = 2\cos^2 x - 1$  에서  $\cos x - 1$  을  $t$  로 치환하면,  $f(t) = 2t^2 + 4t + 1$  이다.

※  $-2 \leq t \leq 0$  에서만 성립한다. 치환 시 범위 주의.

그래프의 개형에서 추론해보자.  $g(x)$  는  $g(1) = 0$ ,  $g'(1) = \frac{1}{4}$  이고, 위로 볼록하다.



그래프를 살펴보면  $g(x)$  는  $x \geq 1$  에서  $g(x) \leq \frac{1}{4}(x-1)$  를 만족시킨다.

식  $\frac{1}{8}(x-1)^2$  를 살펴보면  $g(x)$  가  $\frac{1}{4}(x-1)$  일 때 그리는 삼각형의 넓이다. 직선 떼야겠네.