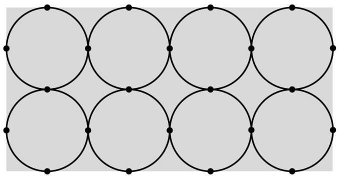
[정답률 15%]

1. 직사각형 모양의 잔디밭에 산책로가 만들어져 있다. 이 산책로는 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 원 8개가 서로 외접하고 있는 형태이다.



A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수를 구하시오. (단, 원 위에 표시된 점은 원과 직사각형 또는 원과 원의 접점을 나타낸다.)[1]

[4점] [08년.11수능 - 나형 25번]

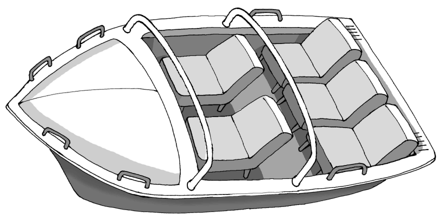
[정답률 20%]

2.다항식 $2(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수와 다항식 $(x-1)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수가 같게 되는 모든 순서쌍 (a, n)에 대하여 an의 최대값을 구하시오. (단, a는 자연수이고, n은 $n \geq 2$인 자연수이다.)

[4점] [05.11수능-나형30번][2]

[정답률 38%]

3. 어른 2명과 어린이 3명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 앞줄에 2개, 뒷줄에 3개의 의자가 있다. 어린이가 어른과 반드시 같은 줄에 앉을 때, 5명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점] [06.11수능-나형23번][3]



[정답률 42%]

4. 여덟 개의 a와 네 개의 b를 모두 사용하여 만든 12자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는?

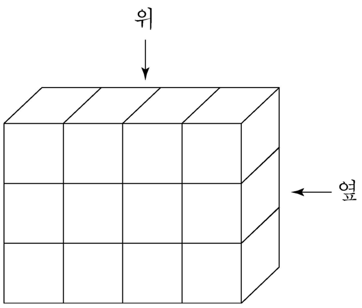
[4점] [04.11수능-나형14번][4]

(가) b는 연속해서 나올 수 없다. (나) 첫째 자리 문자가 b이면 마지막 자리 문자는 a이다.

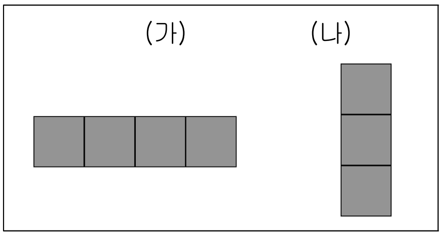
① 70 ② 105 ③ 140
④ 175 ⑤ 210

[정답률 45%]

5. 다음 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 투명한 유리 상자 12개로 직육면체를 만들었다.



이 중에서 4개의 유리 상자를 같은 크기의 검은 색 유리 상자로 바꾸어 넣은 직육면체를 위에서 내려다 본 모양이 (가), 옆에서 본 모양이 (나)와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수는? [4점] [05.11수능-나형17번][5]



① 54 ② 48 ③ 42
④ 36 ⑤ 30

[정답률46%]

6. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 13 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는? (단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.) [4점] [06.11수능-나형14번][6]

① 233 ② 228 ③ 222
④ 215 ⑤ 211

[정답률 49%]

7. 1부터 30까지의 홀수 중에서 서로 다른 두 수를 선택할 때, 두 수의 합이 3의 배수가 되는 경우의 수는? [4점] [05.11수능-나형28번][7]

① 43 ② 41 ③ 39
④ 37 ⑤ 35

[정답률 40%]

8. 50 이하의 자연수 n 중에서 $\sum_{k=1}^{n} {}_nC_k$의 값이 3의 배수가 되도록 하는 n의 개수를 구하시오. [4점] [09.6 평가원-나형23번][8]

[정답률 27%]

9. 빨간색, 파란색, 노란색 색연필이 있다. 각 색연필을 적어도 하나씩 포함하여 15개 이하의 색연필을 선택하는 방법의 수를 구하시오. (단, 각 색의 색연필은 15개 이상씩 있고, 같은 색의 색연필은 서로 구별이 되지 않는다.)
[4점] [09.6 평가원-가형(이산) 23번][9]

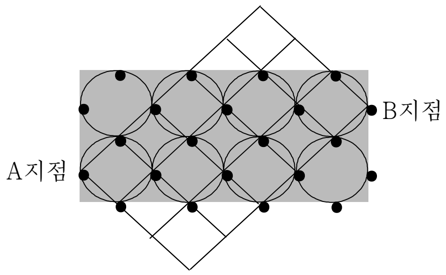
[정답률 13%]

10. 좌표평면 위의 점들의 집합 $S=\{(x,\ y)\mid x,\ y$와 y는 정수$\}$가 있다. 집합 S에 속하는 한 점에서 S에 속하는 다른 점으로 이동하는 '점프'는 다음 규칙을 만족시킨다.

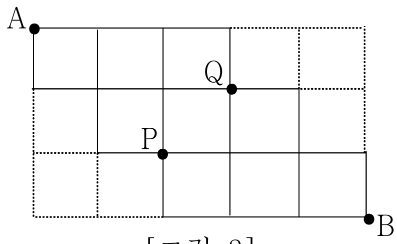
> 점 P에서 한 번의 '점프'로 점 Q로 이동할 때, 선분 PQ의 길이는 1 또는 $\sqrt{2}$ 이다.

점 $A(-2,\ 0)$에서 점 $B(2,\ 0)$까지 4번만 '점프'하여 이동하는 경우의 수를 구하시오. (단, 이동하는 과정에서 지나는 점이 다르면 다른 경우이다.)[4점] [09.6 평가원-가형(이산) 23번][10]

1. 답 40



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]에서 A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수는 [그림 2]에서 A 지점에서 출발하여 실선을 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수와 같다.

(1) A → P → B의 경우

$\left(\frac{4!}{2!\,2!}-1\right)\times\frac{4!}{3!}=5\times4=20$ (가지)

(2) A → Q → B의 경우

$\frac{4!}{3!}\times\left(\frac{4!}{2!\,2!}-1\right)=4\times5=20$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는

$20+20=40$ (가지)

2. 정답 12

(풀이) $2(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는

$$2\,{}_nC_1a^1=2an$$

$(x-1)(x+a)^n=x(x+a)^n-(x+a)^n$

의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는

$${}_nC_2a^2-an=\frac{n(n-1)}{2}a^2-an$$

이 때, $2an=\frac{n(n-1)}{2}a^2-an$ 즉,

$3an=\frac{n(n-1)}{2}a^2$이어야 하므로 , $3=\frac{n-1}{2}a$

∴ $a(n-1)=6$ ⋯ ㉠

㉠을 만족하는 모든 경우는 다음과 같다.

a	$n-1$	n	an
1	6	7	7
2	3	4	8
3	2	3	9
6	1	2	12

따라서 구하는 an의 최대값은 12이다.

3. 정답 72

(풀이)어른 2명은 반드시 앞줄과 뒷줄에 한 명씩 앉아야 하므로 어른을 앉히는 방법의 수는

$${}_2C_1\times{}_2P_1\times{}_3P_1=12$$

어린이 3명을 나머지 3개의 자리에 앉히는 방법의 수는

$$3!=6$$

따라서 구하는 경우의 수는 $12\times6=72$

[다른 풀이]

5명을 5개의 자리에 앉히는 경우의 수는

$$5!=120$$

어른 2명은 모두 앞줄에 앉고, 어린이 3명은 모두 뒷줄에 앉는 경우의 수는

$$2!\times3!=12$$

어른 2명은 모두 뒷줄에 앉고, 어린이 3명은 나머지 3개의 자리에 앉는 경우의 수는

$${}_3P_2\times3!=36$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120-(12+36)=72$$

4. 정답 ②

(풀이) a를 먼저 배열하고 다음에 b를 배열한다.

(ⅰ) 맨 앞에는 b, 맨 뒤에는 a가 오는 경우

(ba□ a□ a□ a□ a□ a□ a□ a)

7개의 a를 배열하는 경우 1가지

4개의 b를 배열하는 경우 ${}_7C_3=35$

따라서 35가지

(ⅱ) 맨 앞에는 a가 오는 경우

(a□ a□ a□ a□ a□ a□ a□ a□)

8개의 a를 배열하는 경우 1가지

4개의 b를 배열하는 경우 ${}_8C_4=70$

이상에서 모든 경우의 수는 $35+70=105$

5. 정답 ④

(풀이) 주어진 조건을 만족하려면 3개의 가로 행에는 각각 적어도 하나의 검은 색 유리 상자가 들어가

야 하고, 4개의 세로 열에도 각각 적어도 하나의 검은 상자가 들어가야 한다.
따라서 3개의 가로 행 중에서 2개의 검은 색 유리상자가 포함될 1개의 행을 택하는 방법의 수는 3가지이고, 이 행의 4개의 유리 상자 중에서 검은 색 유리상자로 바뀔 2개의 상자를 택하는 경우는 수는 ${}_4C_2=6$(가지)이다.
이제 위의 3×6=18가지 경우의 수 중의 하나가 아래의 그림과 같다고 하자.

(검은 상자)		(검은 상자)	
	a		c
	b		d

이제 a, b 중에서 한 행을 택하고 c, d 중에서 나머지 한 행을 택하는 방법의 수는
2×1=2(가지)이다.
따라서 구하는 방법의 수는 18×2=36

6. 정답 ②
(풀이) 3개의 상자 A, B, C에 서로 다른 5개의 공을 임의로 넣는 경우의 수는 ${}_3\Pi_5=3^5=243$
이 때, 상자에 있는 공에 적힌 숫자의 합이 13 이상인 상자는 많아야 1개이므로 공에 적힌 숫자의 합이 13 이상인 경우가 존재하려면 세 상자 중 어느 한 상자에는 3, 4, 5가 적힌 공은 반드시 들어가고 또한, 이 상자에 1, 2가 적힌 공 중 적어도 하나가 들어가야 한다.
따라서 이 경우의 수는

$${}_3C_1\times({}_3\Pi_2-{}_2\Pi_2)=3(9-4)=15$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$243-15=228$$

7. 정답 ⑤
(풀이)1부터 30까지의 홀수 중에서 3으로 나눈 나머지가 r ($r=0,1,2$)인 집합을 A_r라 하면
$A_0=\{3,9,15,21,27\}$,
$A_1=\{1,7,13,19,25\}$,
$A_2=\{5,11,17,23,29\}$
이 때, 두 수의 합이 3이 되는 경우는 다음과 같다.
i) (A_1의 원소)+(A_2의 원소)인 경우

$${}_5C_1\times{}_5C_1=5\times5=25(\text{가지})$$

ii) (A_0의 원소)+(A_0의 원소)인 경우

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2}=10(\text{가지})$$

이상에서 구하는 경우의 수는

$$25+10=35(\text{가지})$$

8. 정답 ⑤
(풀이)1부터 30까지의 홀수 중에서 3으로 나눈 나머지가 r ($r=0,1,2$)인 집합을 A_r라 하면
$A_0=\{3,9,15,21,27\}$,
$A_1=\{1,7,13,19,25\}$,
$A_2=\{5,11,17,23,29\}$
이 때, 두 수의 합이 3이 되는 경우는 다음과 같다.
i) (A_1의 원소)+(A_2의 원소)인 경우

$${}_5C_1\times{}_5C_1=5\times5=25(\text{가지})$$

ii) (A_0의 원소)+(A_0의 원소)인 경우

$${}_5C_2=\frac{5\times4}{2}=10(\text{가지})$$

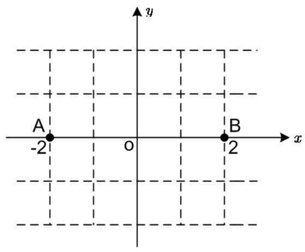
이상에서 구하는 경우의 수는

$$25+10=35(\text{가지})$$

9. 각 색의 색연필이 적어도 하나씩 포함되므로 구하는 방법의 수는 3개의 색 중에서 중복을 허용하여 0개, 1개, 2개, …, 12개를 뽑는 방법의 수와 같다.
따라서 구하는 방법의 수는

$${}_{3+0-1}C_0+{}_{3+1-1}C_1+{}_{3+2-1}C_2+\cdots+{}_{3+12-1}C_{12}$$
$$={}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+\cdots+{}_{14}C_{12}$$
$$={}_2C_2+{}_3C_2+{}_4C_2+{}_5C_2+\cdots+{}_{14}C_2$$
$$=\frac{1}{2}(2\times1+3\times2+4\times3+5\times4+\cdots+14\times13)$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{13}(k+1)k=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{13}(k^2+k)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{13\cdot14\cdot27}{6}+\frac{13\cdot14}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}(819+91)\ =455$$

10. 정답 19



점프방법은 → ↗ ↘ 의 세 가지 경우가 있다.
→ : a ↗ : b ↘ : c 로 나타내면 4번을 점프하여 A에서 B로 이동하는 경우는 $aaaa, aabc, bbcc$ 를 배열하는 경우의 수로 나타낼 수 있다.

ⅰ) $aaaa$: 1가지 ⅱ) $aabc$: $\frac{4!}{2!}=12$ 가지

ⅲ) $bbcc$: $\frac{4!}{2!2!}=6$ ∴ $1+12+6=19$ 가지