제 2 교시

2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

모두가 이름이 붙어 있지 않은 보석들

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

한국교육과정평가원

2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 문제지 **1**

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\dfrac{3^{\sqrt{5}+1}}{3^{\sqrt{5}-1}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

$3^2=9$ ⑤

2. $\displaystyle\int_{-1}^{1}(x^3+a)\,dx=4$ 일 때, 상수 a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$2a=4$ ②

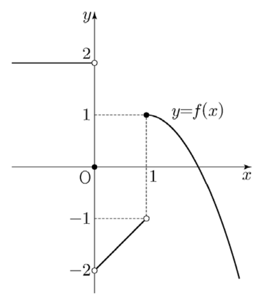
3. 함수 $y=2^x$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-1,\,2)$를 지날 때, 상수 m의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$y=2^x+m$ ③

$2=\frac{1}{2}+m$

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\displaystyle\lim_{x\to 0-}f(x)-\lim_{x\to 1+}f(x)$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$2-1=1$ ④

2 수학 영역 홀수형

5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta\cos\theta = -\frac{12}{25}$일 때, $\sin\theta - \cos\theta$의 값은? [3점]

>0

① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

4

$s^2 + c^2 = 1$

$\sqrt{(s-c)^2} = \sqrt{1 + \frac{24}{25}} = \frac{7}{5}$

6. 다항함수 $f(x)$가

$$f'(x) = 3x^2 - kx + 1, \quad f(0) = f(2) = 1$$

을 만족시킬 때, 상수 k의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f(x) = x^3 - \frac{k}{2}x^2 + x + 1$

1

$1 = 8 - 2k + 3$

$k = 5$

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-4 & (x < a) \\ x+3 & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

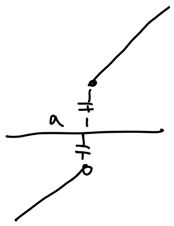
① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4

$a-4 \neq a+3$

$a-4 = -3-a$

$2a = 1 \quad a = \frac{1}{2}$



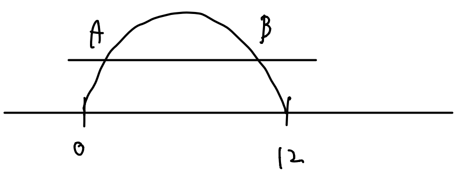
8. 함수 $y=6\sin\frac{\pi}{12}x\ (0 \le x \le 12)$의 그래프와 직선 $y=3$이 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

주기 $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{12}} = 24$

$\frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{12}x$

③



$\frac{\pi}{12}x = \frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{12}x = \frac{5}{6}\pi$

$x=2$ $x=10$

9. 원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

$y = (-3t^2-2t+1)(x-t) - t^3 - t^2 + t$

②

$0 = 3t^3+2t^2-t-t^3-t^2+t$

$0 = 2t^3+t^2 = t^2(2t+1)$

$t=0$ or $t=-\frac{1}{2}$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

기울기 1 기울기 $\frac{5}{4}$

10. $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$인 양수 a에 대하여 $\frac{1}{3}+\log\sqrt{a}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은? [4점]

① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

①

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4} < \frac{1}{3}+\frac{1}{2}\log a < \frac{1}{3}+\frac{11}{4}$

$\frac{7}{12}$ 1, 2, 3 가능 $\frac{37}{12}$

$\log a = \frac{4}{3}$ $a = 10^{\frac{4}{3}}$

$\log a = \frac{10}{3}$ $a = 10^{\frac{10}{3}}$

$\log a = \frac{16}{3}$ $a = 10^{\frac{16}{3}}$

$10^{\frac{30}{3}} = 10^{10}$

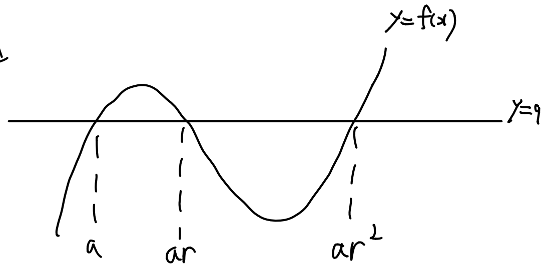
11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x)=9$는 서로 다른 세 실근을 갖고, 이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$일 때, $f(3)$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2



$f(x)-9=(x-a)(x-ar)(x-ar^2)$

$f(0)=1 \Rightarrow -8=-a^3r^3 \Rightarrow ar=2$

$f'(x)=(x-2)(x-2r)+(x-\frac{2}{r})(x-2r)$
$+(x-\frac{2}{r})(x-2)$

$f'(2)=-2 \Rightarrow -2=(2-\frac{2}{r})(2-2r)$

$-2=-\frac{4}{r}(r-1)^2$

$r=2(r-1)^2$

$2r^2-5r+2=0$

$(2r-1)(r-2)=0$

$\boxed{a=1,\ r=2}$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-4)+9$

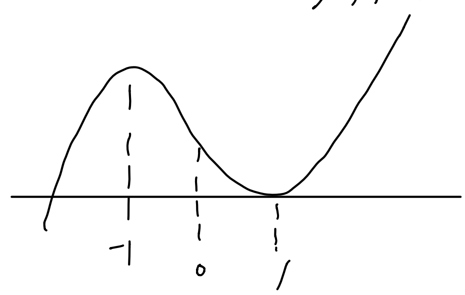
12. $0<a<b$인 모든 실수 a, b에 대하여

$$\int_a^b (x^3-3x+k)\,dx>0$$

이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$y=f(x)=x^3-3x+k$



$f(1)\geq 0$

2

$k-2\geq 0$

4/20

13. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{k!} = \frac{1}{(n+1)!}$$

$\frac{S_n}{n!} = \frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{n!}$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$을 구하는 과정이다.

> $n=1$일 때, $a_1 = S_1 = \frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{a_1} = 2$이다.
>
> $n=2$일 때, $a_2 = S_2 - S_1 = -\frac{7}{6}$이므로 $\sum_{k=1}^{2} \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7}$이다.
>
> $n \geq 3$인 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$\frac{S_n}{n!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{k!} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{S_k}{k!} = -\frac{\boxed{(가)}}{(n+1)!}$$
>
> n $\quad \frac{1-(n+1)}{(n+1)!}$
>
> 즉, $S_n = -\frac{\boxed{(가)}}{n+1}$이므로 n
>
> $$a_n = S_n - S_{n-1} = -\left(\boxed{(나)}\right)$$
>
> $-\frac{n}{n+1} + \frac{n-1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)}$ $\quad n(n+1)$
>
> 이다. 한편 $\sum_{k=3}^{n} k(k+1) = -8 + \sum_{k=1}^{n} k(k+1)$이므로
>
> $$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7} - \sum_{k=3}^{n} k(k+1)$$
>
> k^2+k
>
> $$= \frac{64}{7} - \frac{n(n+1)}{2} - \sum_{k=1}^{n} \boxed{(다)}$$
>
> k^2
>
> $$= -\frac{1}{3}n^3 - n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{64}{7}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(5) \times g(3) \times h(6)$의 값은? [4점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$5 \times \frac{1}{5 \times 4} \times 36 = 15$ ⑤

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도가

t^2-4t+3

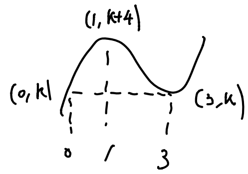
$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \ (t \geq 0)$$

$3(t-1)(t-3)$ $\quad v(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + k$ $\quad k+20$

이고, 시각 $t=0$에서의 속도가 k일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> <보 기>
>
> ㄱ. 구간 $(3, \infty)$에서 점 P의 속도는 증가한다.
>
> ㄴ. $k = -4$이면 구간 $(0, \infty)$에서 점 P의 운동 방향이 ~~두 번~~ 바뀐다. 한번
>
> ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 0이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



4

6 수학 영역 홀수형

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

> (가) $a_5 = 5$
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$
>
> 이다.

① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

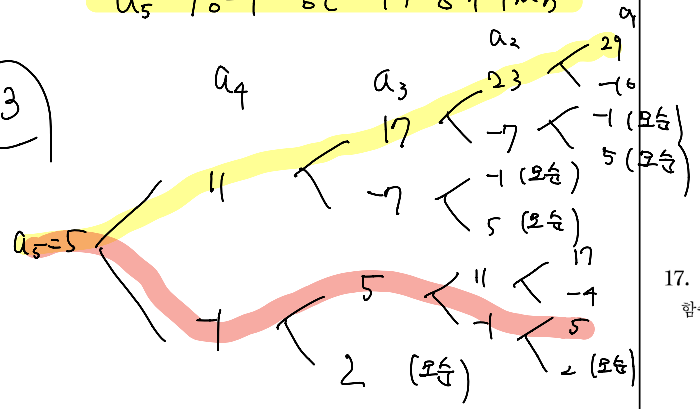
$5 = a_5$

$-1 = a_6$

$5 = a_7$

$-1 = a_8$

a_5 이상의 항은 이미 정해져 있음



3

$M = 17 \times 5 + \sum_{n=6}^{100} a_n$

$m = 13 + \sum_{n=6}^{100} a_n$

$85 - 13 = 72$

단답형

16. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3 = 7$, $a_2 + a_5 = 16$일 때, a_{10}의 값을 구하시오. [3점]

21

$a + 2d = 7$

$2a + 5d = 16$

$2a + 4d = 14$

$d = 2$

$a = 3$

$3 + 18 = 21$

17. 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f(1) = 2$, $f'(1) = 4$를 만족시킬 때, 함수 $g(x) = (x+1)f(x)$의 $x = 1$에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

$g'(x) = f(x) + (x+1)f'(x)$

$2 + 2 \times 4 = 10$

10

18. 두 양수 x, y가

$$\log_2(x+2y)=3, \quad \log_2 x+\log_2 y=1$$

을 만족시킬 때, x^2+4y^2의 값을 구하시오. [3점]

$x+2y=8$

$xy=2$

$(x+2y)^2-4xy$

$=64-8=56$

56

19. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^4+kx+10$이 $x=1$에서 극값을 가질 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

7

$f'(x)=4x^3+k$

$k+4=0 \quad k=-4$

$f(1)=k+11=7$

20. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3+a_5=0, \quad \sum_{k=1}^{6}(|a_k|+a_k)=30$$

일 때, a_9의 값을 구하시오. [4점]

25

$a_4=0$

공차를 양수이면.. $(d>0)$

$\sum_{k=1}^{6}(|a_k|+a_k)=2(a_5+a_6)=30$

$a_5+a_6=15 \quad 3d=15 \quad d=5$

$a_9=a_4+5d=25$

공차가 음수이면.. $(d<0)$

$\sum_{k=1}^{6}(|a_k|+a_k)=2(a_1+a_2+a_3)=30$

$a_1+a_2+a_3=15$

$-6d=15 \quad d=-\frac{5}{2}$

(정수 아님)

8 **수학 영역** 홀수형

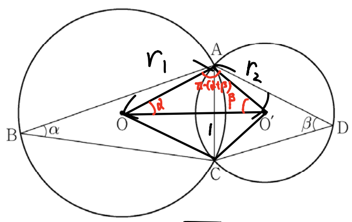
준킬러

21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 ∠ABC$=\alpha$, ∠ADC$=\beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{3}{2},\quad \cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3},\quad \overline{OO'}=1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

26



$\frac{\overline{AC}}{\sin\alpha}=2r_1$ $\frac{\overline{AC}}{\sin\beta}=2r_2$

$r_1\sin\alpha=r_2\sin\beta$

$r_1=\frac{3}{2}r_2 \Rightarrow r_1=3k$ $r_2=2k$

$\cos(\pi-(\alpha+\beta))=\frac{r_1^2+r_2^2-1}{2r_1r_2}$

$-\frac{1}{3}=\frac{13k^2-1}{12k^2}$

$-12k^2=39k^2-3$

$3=51k^2$ $k^2=\frac{1}{17}$

$r_1^2\pi=9k^2\pi=\frac{9}{17}\pi$

킬러

22. 함수

$$f(x)=x^3-3px^2+q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 (p,q)의 개수를 구하시오. [4점]

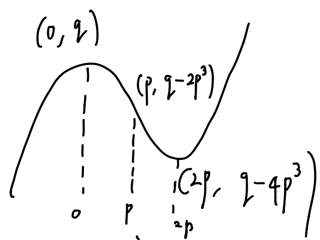
> (가) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다.
> (나) 닫힌구간 $[-1,1]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값과 닫힌구간 $[-2,2]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값은 같다.

$f(2)=8-12p+q$

$f(-2)=-8-12p+q$

14

$f'(x)=3x^2-6px$
$=3x(x-2p)$

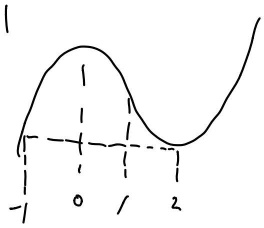


$f(0)>0 \Rightarrow q>0$

$f(2p)<0 \Rightarrow 8p^3-12p^3+q<0$

$q<4p^3$

$p=1$



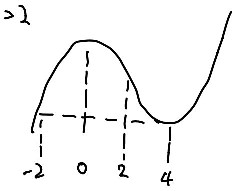
$f(-2)\geq 0 \Rightarrow q\geq 20$ (모순)

$f(-2)<0$, $-f(-2)\leq f(0)$

$20-q\leq q$ (모순)

$10\leq q$

$p=2$



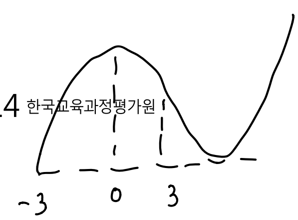
$f(-2)\geq 0 \Rightarrow q\geq 32$ (모순)

$f(-2)<0$, $-f(-2)\leq f(0)$ 10

$32-q\leq q$

$16\leq q\leq 25$

$p=3$

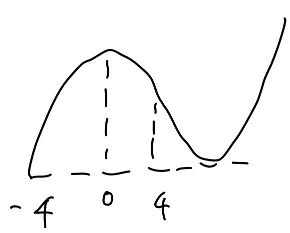


$f(-2)\geq 0 \Rightarrow q\geq 44$ (모순)

$f(-2)<0$, $-f(-2)\leq f(0)$ $22\leq q\leq 25$

4

$p=4$



$f(-2)\geq 0 \Rightarrow q\geq 56$ (모순)

$f(-2)<0$, $-f(-2)\leq f(0)$ $28\leq q$ (모순)

2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 문제지 1

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(80, \frac{1}{8}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [2점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$80 \times \frac{1}{8} = 10$

①

24. $\left(x^5 + \frac{1}{x^2}\right)^6$의 전개식에서 x^2의 계수는? [3점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

${}_6C_k \left(x^5\right)^k \left(x^{-2}\right)^{6-k}$

$5k+2k-12=2$

$k=2$

⑤

${}_6C_2 = 15$

9/20

2 수학 영역(확률과 통계) 홀수형

25. 두 사건 A, B에 대하여 A^C과 B는 서로 배반사건이고,

$$P(A)=\frac{1}{2},\quad P(A\cap B^C)=\frac{2}{7}$$ $\Rightarrow P(A^C \cup B)=\frac{5}{7}$

일 때, $P(B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{28}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{9}{28}$

②

$$\frac{5}{7}-\frac{1}{2}=\frac{10-7}{14}=\frac{3}{14}$$

26. 확률변수 X가 정규분포 $N(m, 10^2)$을 따르고 $P(X\le 50)=0.2119$일 때, m의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0\le Z\le z)$
0.6	0.2257
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159

① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

$$P\left(Z\le\frac{50-m}{10}\right)=0.2119$$

$$\frac{50-m}{10}=-0.8$$

$$m-50=8 \qquad m=58$$

④

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f : X \to X$의 개수는? [3점]

문킬러

(가) $f(1) + f(2) + f(3) \geq 3f(4)$
(나) $k = 1, 2, 3$일 때 $f(k) \neq f(4)$이다.

① 41 ② 45 ③ 49 ④ 53 ⑤ 57

5

$f(4)=1$: $3^3 = \boxed{27}$

$f(4)=2$: $f(1)+f(2)+f(3) \geq 6$

부분여사건 이용

(1 1 1) ~~(2 1 1)~~ (3 1 1) ~~(2 2 1)~~

$3^3 - (1+3) = \boxed{23}$

$f(4)=3$: $f(1)+f(2)+f(3) \geq 9$

(4 4 4) ~~(4 3 3)~~ ~~(4 4 3)~~ ~~(4 3 2)~~ (4 4 2) ~~(3 3 3)~~ (4 4 1)

$1+3\times2 = \boxed{7}$

$f(4)=4$ (×)

28. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택한 세 개의 수의 곱이 짝수일 때, 그 세 개의 수의 합이 3의 배수일 확률은? [4점]

준킬러

① $\frac{14}{55}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{19}{55}$ ④ $\frac{43}{110}$ ⑤ $\frac{24}{55}$

3

3개 수 곱 짝수일 확률

↓ 여사건 이용

$1 - \frac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3} = 1 - \frac{5\cdot4\cdot3}{10\cdot9\cdot8} = \frac{11}{12}$

3개수 곱 짝수, 합 3의 배수

$3k$ 3개 : $\boxed{1}$

$3k-1$ 3개 : $\boxed{1}$

$3k-2$ 3개 : ${}_4C_3 = \boxed{4}$

$3k, 3k-1, 3k-2$ 각각 1개 : $4\times3\times3 - 2\times1\times2 = 36 - 4 = \boxed{32}$

$3k-2$: 1 4 7 10
$3k-1$: 2 5 8
$3k$: 3 6 9

$\frac{\frac{38}{{}_{10}C_3}}{\frac{11}{12}} = \frac{12\cdot38}{11\cdot120} = \frac{19}{55}$

4 수학 영역(확률과 통계) 홀수형

단답형

준킬러

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a+b+c+d=12$
> (나) $a \neq 2$이고 $a+b+c \neq 10$이다.

332

(가) − ((가) ∩ (나)^c)

(가) $a+b+c+d=12$
$\geq 0 \ \geq 0 \ \geq 0 \ \geq 0$

${}_4H_{12} = 455$

(가) ∩ (나)^c

$a=2 \Rightarrow b+c+d=10$
$\geq 0 \geq 0 \geq 0$ ${}_3H_{10}$

$a+b+c=10,\ d=2 \Rightarrow a+b+c=10$
$\geq 0 \geq 0 \geq 0$ ${}_3H_{10}$

$a=2,\ a+b+c=10,\ d=2 \Rightarrow b+c=8$
$\geq 0 \geq 0$ ${}_2H_8$

${}_3H_{10} \times 2 - {}_2H_8 =$

${}_{12}C_{10} \times 2 - {}_9C_8 = 123$

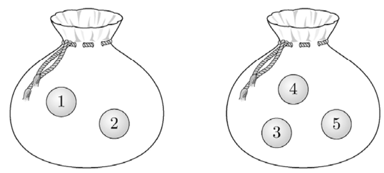
$455 - 123 = 332$

준킬러

30. 주머니 A에는 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 2개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다. 다음의 시행을 3번 반복하여 확인한 세 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자.

> 두 주머니 A, B 중 임의로 선택한 하나의 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 꺼낸 주머니에 다시 넣는다.

$\mathrm{P}(\overline{X}=2)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



A B

21

세수합 6

(4 1 1) $3 \times \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^5}$

(3 2 1) $3! \times \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2^5}$

(2 2 2) $1 \times \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^6}$

$\frac{2+4+1}{2^6} = \frac{7}{64}$

> * 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 문제지 1

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x\,dx$의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x\, dx = 1$ ④

24. 정수 k에 대하여 수열 $\{a_n\}$의 일반항을

$$a_n = \left(\frac{|k|}{3} - 2\right)^n$$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$이 수렴하도록 하는 모든 정수 k의 개수는? [3점]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

$-1 < \frac{|k|}{3} - 2 \le 1$ ③

$3 < |k| \le 9$

$-9 \quad -3 \quad 3 \quad 9$

2 수학 영역(미적분) 홀수형

25. 매개변수 t로 나타낸 곡선

$$x=e^t+2t,\ y=e^{-t}+3t$$

에 대하여 $t=0$에 대응하는 점에서의 접선이 점 $(10,\ a)$를 지날 때, a의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=0} = \left.\frac{-e^{-t}+3}{e^t+2}\right|_{t=0} = \frac{2}{3}$$

$$y=\frac{2}{3}(x-1)+1$$

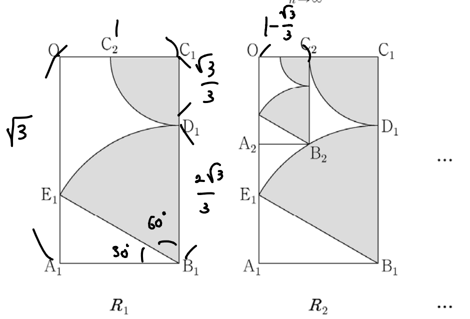
2

$$a=7$$

26. 그림과 같이 $\overline{OA_1}=\sqrt{3}$, $\overline{OC_1}=1$인 직사각형 $OA_1B_1C_1$이 있다. 선분 B_1C_1 위의 $\overline{B_1D_1}=2\overline{C_1D_1}$인 점 D_1에 대하여 중심이 B_1이고 반지름의 길이가 $\overline{B_1D_1}$인 원과 선분 OA_1의 교점을 E_1, 중심이 C_1이고 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$인 원과 선분 OC_1의 교점을 C_2라 하자. 부채꼴 $B_1D_1E_1$의 내부와 부채꼴 $C_1C_2D_1$의 내부로 이루어진 ◁ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 OA_1 위의 점 A_2, 호 D_1E_1 위의 점 B_2와 점 C_2, 점 O를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $OA_2B_2C_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$에 ◁ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



① $\frac{5+2\sqrt{3}}{12}\pi$ ② $\frac{2+\sqrt{3}}{6}\pi$ ③ $\frac{3+2\sqrt{3}}{12}\pi$ ④ $\frac{1+\sqrt{3}}{6}\pi$ ⑤ $\frac{1+2\sqrt{3}}{12}\pi$

5

$$S_1=\frac{\pi}{12}+\frac{1}{6}\times\frac{4}{3}\pi=\frac{11}{36}\pi$$

$$\frac{\frac{11}{36}\pi}{1-\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{\frac{11}{36}}{\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{3}}\pi$$

$$=\frac{11}{24\sqrt{3}-12}\pi=\frac{2\sqrt{3}+1}{12}\pi$$

14/20

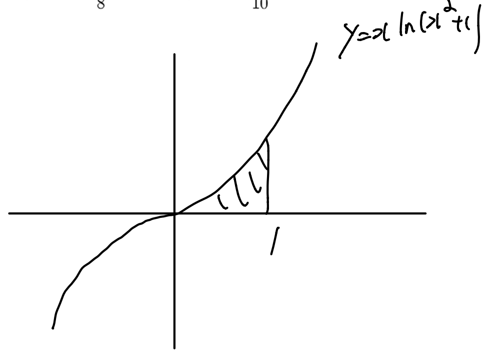
홀수형

수학 영역(미적분) 3

27. 곡선 $y=x\ln(x^2+1)$과 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\ln 2-\frac{1}{2}$ ② $\ln 2-\frac{1}{4}$ ③ $\ln 2-\frac{1}{6}$

④ $\ln 2-\frac{1}{8}$ ⑤ $\ln 2-\frac{1}{10}$



①

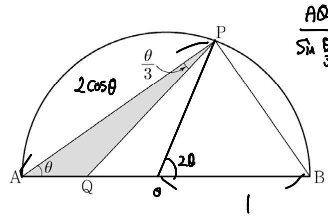
$$\int_0^1 x\ln(x^2+1)\,dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_1^2 \ln t\,dt$$

$$=\frac{1}{2}\left[t\ln t-t\right]_1^2$$

$$=\frac{1}{2}\left(2\ln 2-1\right)=\ln 2-\frac{1}{2}$$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다. $\angle\mathrm{PAB}=\theta$이고 $\angle\mathrm{APQ}=\frac{\theta}{3}$일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 PB의 길이를 $l(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{S(\theta)}{l(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]



$$\frac{\overline{AQ}}{\sin\frac{\theta}{3}}=\frac{2\cos\theta}{\sin\left(\pi-\frac{4}{3}\theta\right)}$$

$$\overline{AQ}=\frac{2\cos\theta\sin\frac{\theta}{3}}{\sin\frac{4}{3}\theta}$$

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

③

$$l(\theta)=2\sin\theta$$

$$S(\theta)=\frac{1}{2}\times2\cos\theta\times\frac{2\cos\theta\sin\frac{\theta}{3}}{\sin\frac{4}{3}\theta}\times\sin\theta=\frac{2\cos^2\theta\sin\theta\sin\frac{\theta}{3}}{\sin\frac{4}{3}\theta}$$

$$\lim_{\theta\to0}\frac{S(\theta)}{l(\theta)}=\frac{1\times\frac{1}{3}}{1\times\frac{4}{3}}=\frac{1}{4}$$

4 수학 영역(미적분) 홀수형

단답형

$f'(x) = e^x + 1$

29. 함수 $f(x)=e^x+x-1$과 양수 t에 대하여 함수

준킬러

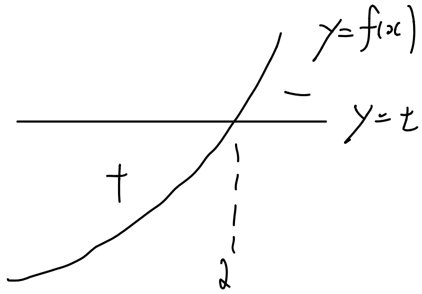
$$F(x)=\int_0^x \{t-f(s)\}ds$$

가 $x=\alpha$에서 최댓값을 가질 때, 실수 α의 값을 $g(t)$라 하자. 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1+e^{g(t)}}dt$의 값을 구하시오. [4점]

$F(0)=0$

$F'(x) = t - f(x)$

12



$f(g(t)) = t$ $\quad \int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1+e^{g(t)}} dt$

$t=f(x)$

$= \int_1^5 \frac{x f'(x)}{1+e^x} dx$

$= \int_1^5 x\,dx = 12$

30. 두 양수 a, $b(b<1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

킬러

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+ax & (x \le 0) \\ \frac{\ln(x+b)}{x} & (x>0) \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -2x+a & (x \le 0) \\ \frac{\frac{x}{x+b} - \ln(x+b)}{x^2} & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$이라 할 때, 함수 $g(m)$은 다음 조건을 만족시킨다.

> $\lim_{m\to\alpha-} g(m) - \lim_{m\to\alpha+} g(m) = 1$을 만족시키는 양수 α가 오직 하나 존재하고, 이 α에 대하여 점 $(b, f(b))$는 직선 $y=\alpha x$와 곡선 $y=f(x)$의 교점이다.

$a = \frac{\frac{1}{2} - \ln(2b)}{b^2}$

$ab = \frac{\ln(2b)}{b}$

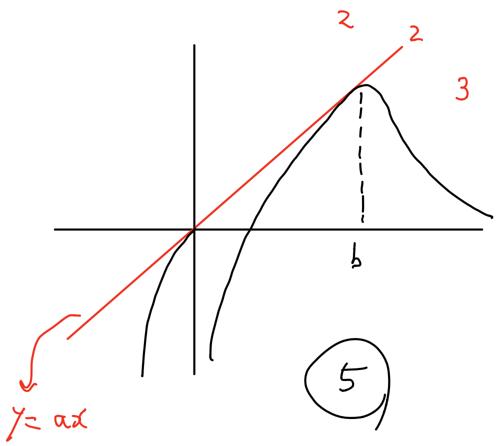
$ab^2 = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이고, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$이다.) [4점]

$ab^2 = \frac{1}{2} - \ln(2b)$

$ab^2 = \ln(2b)$

$\ln(2b) = \frac{1}{4}$



5

∗ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

16/20

2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 문제지 1

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점 P(1, 3, 4)를 zx평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하자. 두 점 P와 Q 사이의 거리는? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$P(1, 3, 4)$

$Q(1, -3, 4)$

1

24. 좌표평면에서 점 A(4, 6)과 원 C 위의 임의의 점 P에 대하여

$$|\overrightarrow{OP}|^2 - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = 3$$

일 때, 원 C의 반지름의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\overrightarrow{OP} \cdot (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) = 3$

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} = 3$

$P(x, y)$

4

$(x, y) \cdot (x-4, y-6) = 3$

$x(x-4) + y(y-6) = 3$

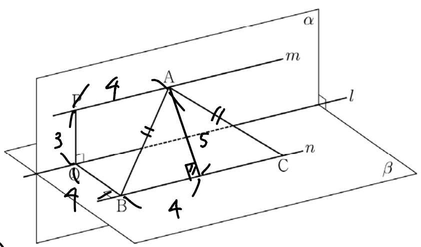
$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

수학 영역(기하)

홀수형

25. 좌표공간에서 수직으로 만나는 두 평면 α, β의 교선을 l이라 하자. 평면 α 위의 직선 m과 평면 β 위의 직선 n은 각각 직선 l과 평행하다. 직선 m 위의 $\overline{\mathrm{AP}}=4$인 두 점 A, P에 대하여 점 P에서 직선 l에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 직선 n에 내린 수선의 발을 B라 하자.
$\overline{\mathrm{PQ}}=3$, $\overline{\mathrm{QB}}=4$이고, 점 B가 아닌 직선 n 위의 점 C에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

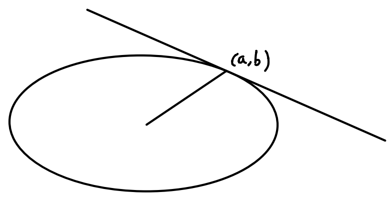


2

26. 좌표평면에서 타원 $x^2+3y^2=19$와 직선 l은 제1사분면 위의 한 점에서 접하고, 원점과 직선 l 사이의 거리는 $\frac{19}{5}$이다. 직선 l의 기울기는? [3점]

① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{5}{6}$ ③ -1 ④ $-\frac{7}{6}$ ⑤ $-\frac{4}{3}$

5



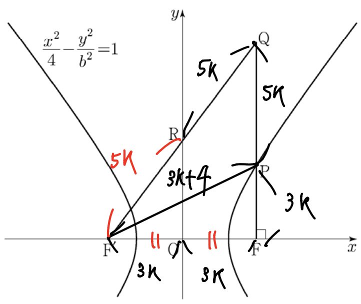
$ax+3by=19$ $\quad a^2+3b^2=19$

$\frac{19}{\sqrt{a^2+9b^2}}=\frac{19}{5}$ $\quad a^2+9b^2=25$

$b^2=1$

$a=4, b=1$ $\quad a^2=16$

27. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F'}(-c,\ 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 있다. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 직선 PF 위에 $\overline{\mathrm{QP}}:\overline{\mathrm{PF}}=5:3$이 되도록 점 Q를 잡는다. 직선 F'Q가 y축과 만나는 점을 R라 할 때, $\overline{\mathrm{QP}}=\overline{\mathrm{QR}}$이다. b^2의 값은? (단, b는 상수이고, 점 Q는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



① $\frac{1}{2}+2\sqrt{5}$ ② $1+2\sqrt{5}$ ③ $\frac{3}{2}+2\sqrt{5}$ ④ $2+2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{5}{2}+2\sqrt{5}$

$c=3k$

$3k+4=3\sqrt{5}k$

$4+b^2=c^2$

$k=\frac{4}{3(\sqrt{5}-1)}=\frac{\sqrt{5}+1}{3}$

$b^2=9k^2-4=(\sqrt{5}+1)^2-4=2+2\sqrt{5}$

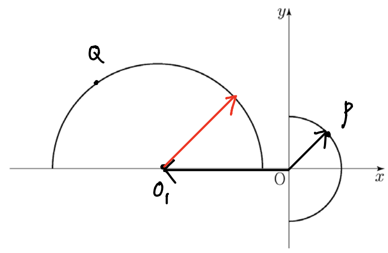
4

28. 좌표평면에서 반원의 호 $x^2+y^2=4\ (x\geq 0)$ 위의 한 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=2$$

를 만족시키는 반원의 호 $(x+5)^2+y^2=16\ (y\geq 0)$ 위의 점 Q가 하나뿐일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{14}{5}$



5

$\overrightarrow{OP}\cdot\left(\overrightarrow{OO_1}+\overrightarrow{O_1Q}\right)=2$

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{O_1Q}=2+5a$

$(a>0)$ $\cos\theta=\frac{2+5a}{8}=1$ $2+5a=8$

이때 Q 유일

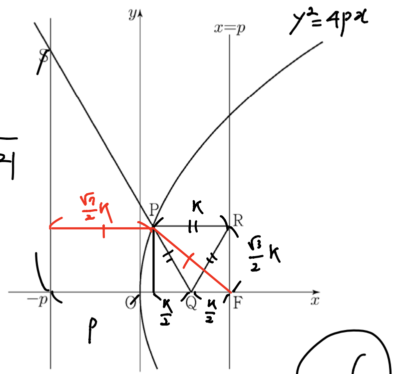
$a=\frac{6}{5}$, $b=\frac{8}{5}$

단답형

준킬러

29. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 $\mathrm{F}(p, 0)\ (p>0)$인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 P, x축 위의 점 Q, 직선 $x=p$ 위의 점 R에 대하여 삼각형 PQR는 정삼각형이고 직선 PR는 x축과 평행하다. 직선 PQ가 점 $\mathrm{S}(-p, \sqrt{21})$을 지날 때, $\overline{\mathrm{QF}} = \frac{a+b\sqrt{7}}{6}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 정수이고, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)
[4점]

이차곡선 정의 이용!



6

$\sqrt{7} = p + p - \frac{k}{2}$

$2p - \frac{k}{2} = \sqrt{7}$ $\quad$ $2p = \left(\frac{\sqrt{7}}{2}+1\right)k$

$\left(\frac{\sqrt{7}}{2}+\frac{1}{2}\right)k = \sqrt{7}$

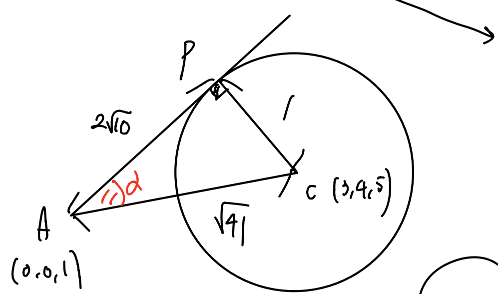
$k = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}+1} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-1)}{3}$

$\overline{QF} = \frac{k}{2} = \frac{7-\sqrt{7}}{6}$

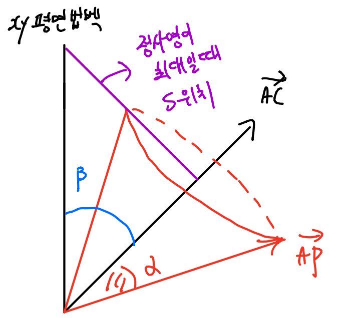
킬러

30. 좌표공간에서 점 A(0, 0, 1)을 지나는 직선이 중심이 C(3, 4, 5)이고 반지름의 길이가 1인 구와 한 점 P에서만 만난다. 세 점 A, C, P를 지나는 원의 xy평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은 $\frac{q}{p}\sqrt{41}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$S : \frac{41\pi}{4}$



9



$\vec{AC}$ (3, 4, 4) $\quad$ xy평면법벡 (0, 0, 1)

$\cos\beta = \frac{4}{\sqrt{41}}$ $\quad$ $\sin\beta = \frac{5}{\sqrt{41}}$

$\frac{41}{4} \times \frac{5}{\sqrt{41}}\pi = \frac{5}{4}\sqrt{41}\pi$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 정답표

<수학> 영역

공통과목						선택과목								
						확률과 통계			미적분			기하		
문항번호	정답	배점	문항번호	정답	배점	문항번호	정답	배점	문항번호	정답	배점	문항번호	정답	배점
1	⑤	2	12	②	4	23	①	2	23	④	2	23	①	2
2	②	2	13	⑤	4	24	⑤	3	24	③	3	24	④	3
3	③	3	14	④	4	25	②	3	25	②	3	25	②	3
4	④	3	15	③	4	26	④	3	26	⑤	3	26	⑤	3
5	④	3	16	21	3	27	⑤	3	27	①	3	27	④	3
6	①	3	17	10	3	28	③	4	28	③	4	28	⑤	4
7	④	3	18	56	3	29	332	4	29	12	4	29	6	4
8	③	3	19	7	3	30	71	4	30	5	4	30	9	4
9	②	4	20	25	4									
10	①	4	21	26	4									
11	②	4	22	14	4									