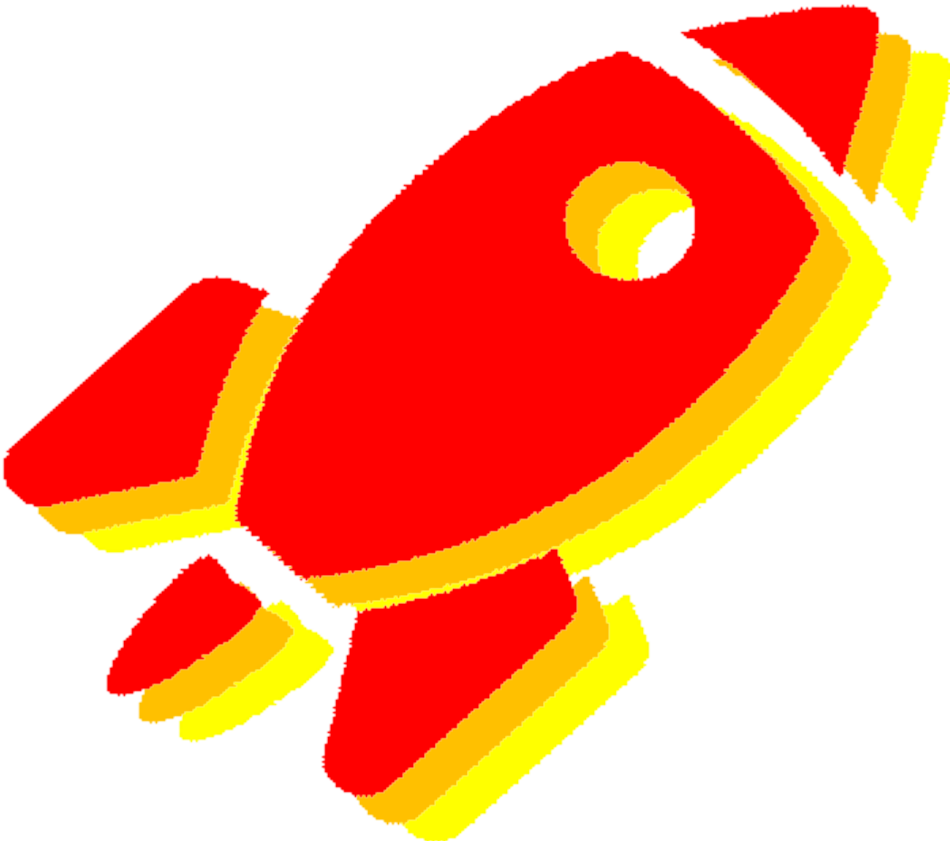
TOMAHAWK

1등급행 순항 미사일
4점 문제 완벽 타파
주간 토마호크 2호



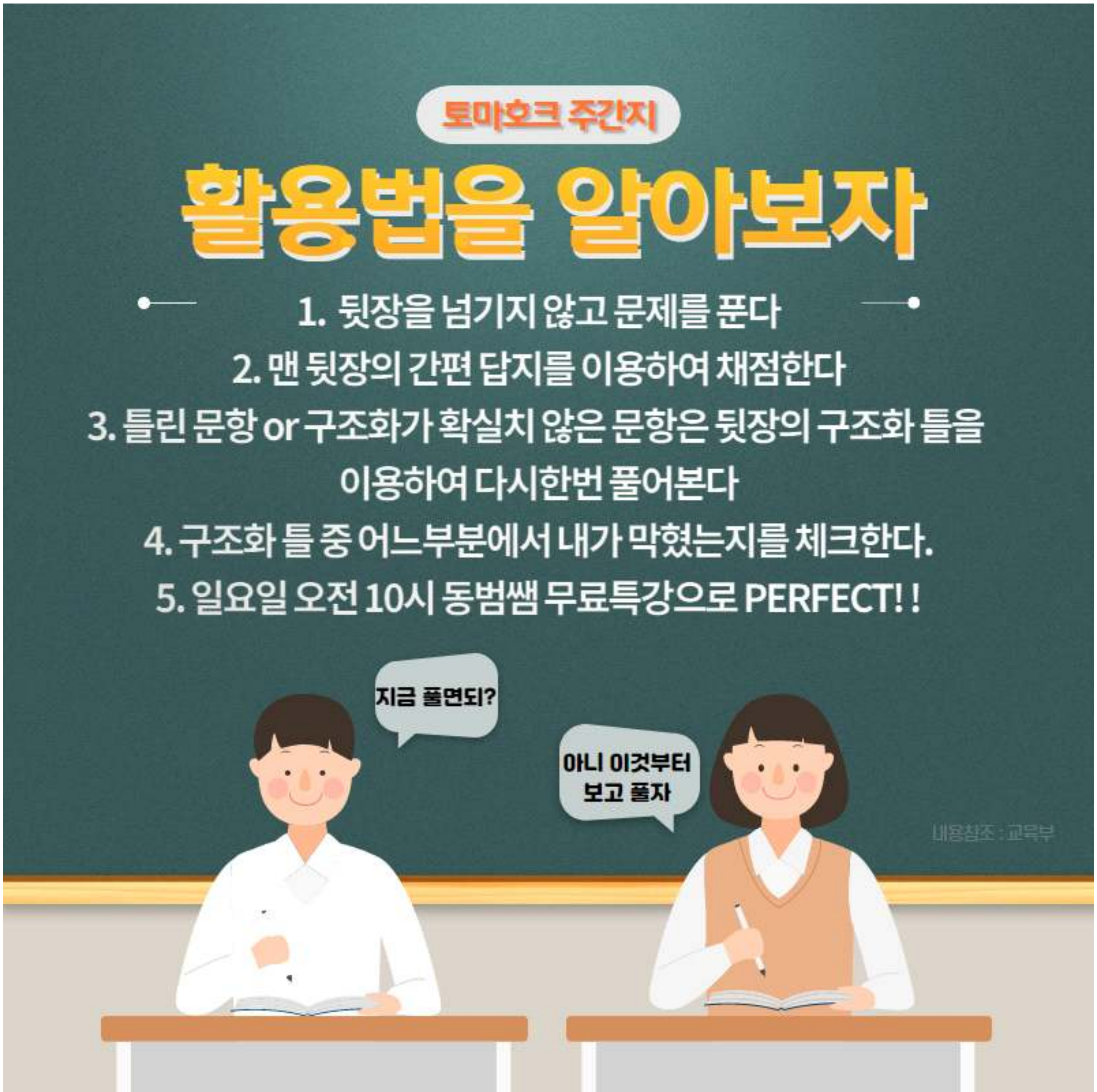
연속과 미분가능

1. 함수의 연속의 활용
2. 연속과 미분가능성

서동범 선생님

이 름 ____________________

2 0 2 0 . 0 5 . 1 0 .


토마호크 주간지
활용법을 알아보자
1. 뒷장을 넘기지 않고 문제를 푼다
2. 맨 뒷장의 간편 답지를 이용하여 채점한다
3. 틀린 문항 or 구조화가 확실치 않은 문항은 뒷장의 구조화 틀을 이용하여 다시한번 풀어본다
4. 구조화 틀 중 어느부분에서 내가 막혔는지를 체크한다.
5. 일요일 오전 10시 동범쌤 무료특강으로 PERFECT! !
지금 풀면되?
아니 이것부터 보고 풀자
내용참조 : 교육부

1. 함수의 연속의 활용

1. 함수 $f(x) = x^2 - x + a$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x+1) & (x \le 0) \\ f(x-1) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y = \{g(x)\}^2$ 이 $x = 0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

1. 함수 $f(x)=x^2-x+a$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x+1) & (x \le 0) \\ f(x-1) & (x > 0) \end{cases}$$

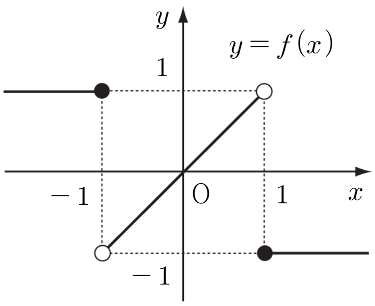
이라 하자. 함수 $y=\{g(x)\}^2$ 이 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

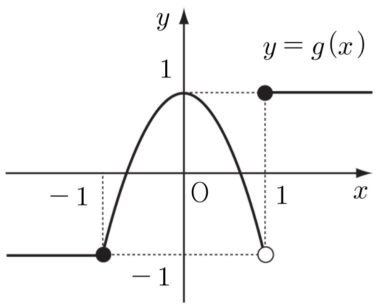
ⅰ) $f(x+1)$과 $f(x-1)$ 의 식 표현하기

ⅱ) $\lim_{x \to 0+}(f(x-1))^2 = \lim_{x \to 0-}(f(x+1))^2$을 이용하여 a의 값 구하기

[2007년 4월 교육청(가형) 12번/4점]

2. 다음은 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프이다.





<보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 1} f(x)g(x) = -1$

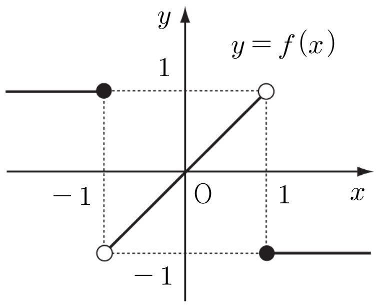
ㄴ. 함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=-1$에서 연속이다.

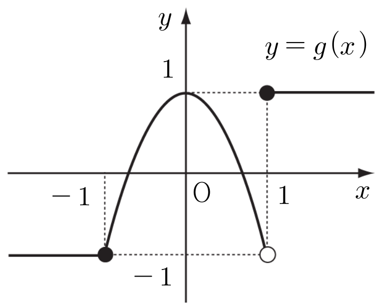
ㄷ. 함수 $y=f(x)+g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2007년 4월 교육청(가형) 12번/4점]

2. 다음은 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프이다.





〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고르면?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 1} f(x)g(x) = -1$

ㄴ. 함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=-1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $y=f(x)+g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄱ) $x=1$일 때 $f(x)g(x)$의 우극한과 좌극한 값 구하기

ㄴ) $x=-1$일 때 $f(x)g(x)$의 우극한, 좌극한, 함숫값 구하기

ㄷ) $x=1$일 때 $f(x)+g(x)$의 우극한, 좌극한, 함숫값 구하기

[2009년 6월 평가원(가형) 10번/4점]

3. 서로 다른 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수

$$y = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 모든 실수에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 개수를 $N(f,\ g)$라 하자. 〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(x) = x^2$, $g(x) = x+1$이면 $N(f,\ g) = 2$이다.
ㄴ. $N(f,\ g) = N(g,\ f)$
ㄷ. $h(x) = x^3$이면 $N(f,\ g) = N(h \circ f,\ h \circ g)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2009년 6월 평가원(가형) 10번/4점]

3. 서로 다른 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수

$$y = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ g(x) & (x \geq a) \end{cases}$$

가 모든 실수에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 개수를 $N(f, g)$라 하자. 〈보기〉에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(x) = x^2$, $g(x) = x+1$이면 $N(f, g) = 2$이다.
ㄴ. $N(f, g) = N(g, f)$
ㄷ. $h(x) = x^3$이면 $N(f, g) = N(h \circ f, h \circ g)$이다.

ㄱ) $N(f, g)$의 의미 파악하기

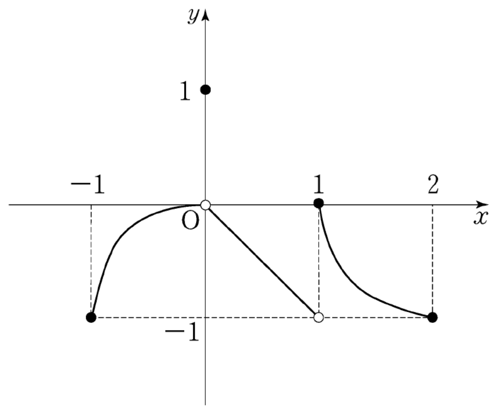
∗ 연속 조건 $\lim_{x \to a+} g(x) = \lim_{x \to a-} g(x)$가 성립

ㄴ) ㄱ)을 이용하여 $N(f, g) = N(g, f)$으로 연결하기

ㄷ) ㄴ)을 응용하여 $N(f, g) = N(h \circ f, h \circ g)$임을 보이기

[2010년 6월 평가원(가형) 10번/4점]

4. 폐구간 $[-1,\ 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



폐구간 $[-1,\ 2]$에서 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=\frac{f(x)+|f(x)|}{2}\ ,\ h(x)=\frac{f(x)-|f(x)|}{2}$$

으로 정의할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to1}h(x)$**는 존재한다.**

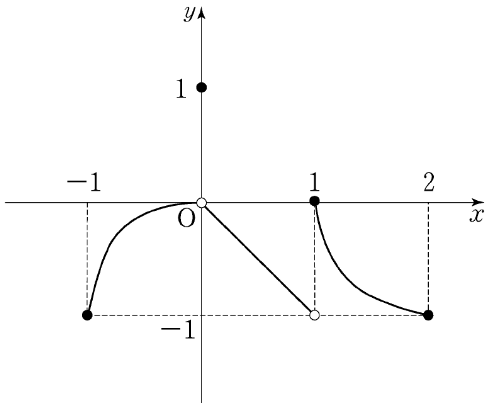
ㄴ. 함수 $(h\circ g)(x)$**는 폐구간** $[-1,\ 2]$**에서 연속이다.**

ㄷ. $\lim_{x\to0}(g\circ h)(x)=(g\circ h)(0)$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

[2010년 6월 평가원(가형) 10번/4점]

4. 폐구간 $[-1,\ 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



폐구간 $[-1,\ 2]$에서 두 함수 $g(x),\ h(x)$를

$$g(x)=\frac{f(x)+|f(x)|}{2}\ ,\ h(x)=\frac{f(x)-|f(x)|}{2}$$

으로 정의할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 1} h(x)$는 존재한다.

ㄴ. 함수 $(h\circ g)(x)$는 폐구간 $[-1,\ 2]$에서 연속이다.

ㄷ. $\lim_{x\to 0}(g\circ h)(x)=(g\circ h)(0)$

i) 함수 $g(x)$ 개형과 함수 $h(x)$의 개형을 그려보기

ii) ㄱ 체크하기!

iii) $x=0$에서 $(h\circ g)(x)$의 연속성 확인하기(우극한, 좌극한, 함숫값 이용)

iv) $x=0$에서 $(g\circ h)(x)$의 연속성 확인하기(우극한, 좌극한, 함숫값 이용)

[2016년 4월 교육청/4점]

5. 함수 $f(x)=x^2-8x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} 2x+5a & (x \ge a) \\ f(x+4) & (x < a) \end{cases}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 열린 구간 $(0,\ 2)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
(나) 함수 $f(x)g(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

[2016년 4월 교육청/4점]

5. 함수 $f(x)=x^2-8x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} 2x+5a & (x \geq a) \\ f(x+4) & (x<a) \end{cases}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오.

(가) 방정식 $f(x)=0$은 열린 구간 $(0,\ 2)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다. (나) 함수 $f(x)g(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

i) $g(a)=7a$, $\lim_{x \to a-} f(x+4)=a^2+a-16$임을 이용하기

ii) $x=a$에서의 우극한, 좌극한, 함숫값 구하기

iii) (가) 조건을 만족시키는 a 값의 곱

+) 연속일 조건

	or	

[2016년 10월 교육청/4점]

6. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+a & (x\le 2) \\ x^2-4 & (x>2) \end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} x-4 & (x\le 2) \\ \dfrac{1}{x-2} & (x>2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[2016년 10월 교육청/4점]

6. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+a & (x\le 2) \\ x^2-4 & (x>2) \end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} x-4 & (x\le 2) \\ \dfrac{1}{x-2} & (x>2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

ⅰ) $x=2$에서 $f(x)g(x)$의 우극한, 좌극한, 함숫값 구하기

ⅱ) 연속이 되게하는 상수 a의 값 찾기

[4점] [2017년 7월 교육청]

7. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 사차방정식

$$(x-1)\{x^2(x-3)-t\}=0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 다항함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{x^4}=0$

(나) $g(-3)=6$

함수 $f(t)g(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(1)$ 의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

[4점] [2017년 7월 교육청]

7. 실수 t에 대하여 x에 대한 사차방정식

$$(x-1)\{x^2(x-3)-t\} = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $f(t)$라 하자. 다항함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{x^4} = 0$
(나) $g(-3) = 6$

함수 $f(t)g(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(1)$의 값은?

i) $f(t)$ **함수 분석하기**

$x^2(x-3)-t=0 \quad x^2(x-3)=t=\alpha(t)$

1. $x^2(x-3)$ 그래프의 개형 그리기

2. $\alpha(t)=\begin{cases} 1 & (a>t \text{ or } b<t) \\ 2 & (a=t \text{ or } b=t) \\ 3 & (a<t<b) \end{cases}$

3. $f(t)=\begin{cases} 1 & (a>t \text{ or } b<t) \\ 2 & (a=t \text{ or } b=t) \\ 3 & (t=c) \\ 4 & (a<t<c \text{ or } c<t<b) \end{cases}$

4. a, b, c 찾기

ii) $g(x)$ **분석하기**

1. (가) 조건

2. $f(t)g(t)$가 연속

3. $g(-3)=6$을 이용하여 $g(x)$ 구하기

iii) $g(1)$**=?**

2. 연속과 미분가능성

[4점] [2017년 10월 교육청]

8. 함수 $f(x)=|3x-9|$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{3}{2}f(x+k) & (x<0) \\ f(x) & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $h(k)$ 의 값의 합을 구하시오. (단, $k>0$)

(가) 함수 $g(x)h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(나) $h'(3)=15$

[4점] [2017년 10월 교육청]

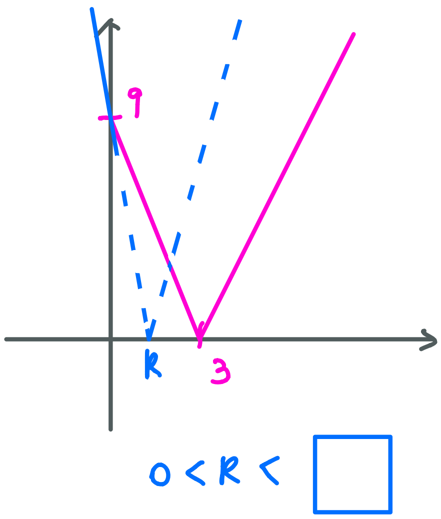
8. 함수 $f(x)=|3x-9|$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{3}{2}f(x+k) & (x<0) \\ f(x) & (x\ge 0) \end{cases}$$

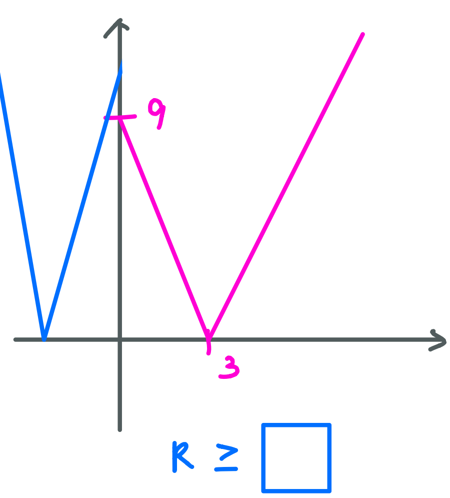
이다. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $h(k)$ 의 값의 합을 구하시오. (단, $k>0$)

(가) 함수 $g(x)h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) $h'(3)=15$

i) ①

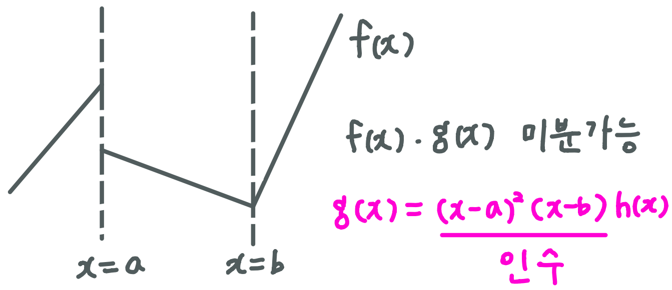


②



ii) Tip, 끊어지면 두 개, 안끊어지면 한 개

①에서 가능한 조건



②에서 가능한 조건

$\Rightarrow$ k값 구하기

iii) $h'(3)=15$를 이용하여 $h(x)$의 값 구하기

[2014년 11월 수능/4점]

9. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$
(나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

[2014년 11월 수능/4점]

9. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$
(나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

i) 접선의 방정식을 이용하여 P점 잡기

ii) $\overline{OP}$의 거리 $g(t)$ 잡기 (★주의, 거리는 항상 양수)

iii) $g(t)$가 모든 x에서 미분 가능한 조건 만족하도록 a, b 값 구하기

iv) $f(3)$=?

[2011년 6월 10번/4점]

10. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

(가) 미분가능한 함수 $f(|x|)$는 최솟값이 $\frac{5}{16}$이다.

(나) 함수 $|f(x)-2|$는 오직 $x=a \ (a<0)$에서만 미분가능하지 않다.

① $\frac{29}{16}$ ② $\frac{15}{8}$ ③ $\frac{31}{16}$ ④ 2 ⑤ $\frac{33}{16}$

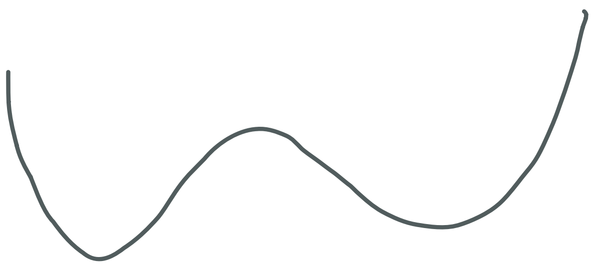
[2011년 6월 10번/4점]

10. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

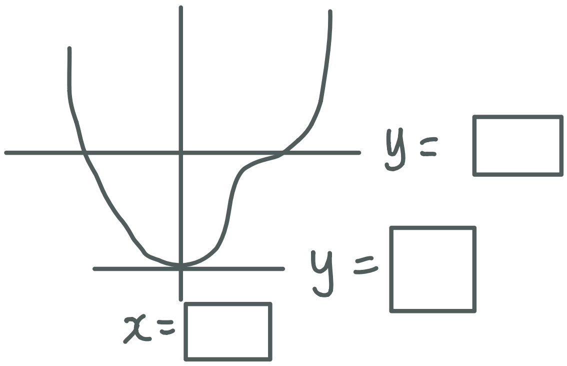
(가) 미분가능한 함수 $f(|x|)$는 최솟값이 $\frac{5}{16}$이다.

(나) 함수 $|f(x)-2|$는 오직 $x=a$ $(a<0)$에서만 <u>미분가능하지 않다.</u>

i) $f(|x|)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ f(-x) & (x < 0) \end{cases}$ + 미분가능함을 이용하여 y축 표시하기



ii) $|f(x)-2|$가 오직 $x=a$에서 미분 불가능 $\Rightarrow$ $f(x)=2$의 일차근은 $x=a$가 유일



iii) $f(x)$의 식 표현해보기

iv) $f(1)$의 값?

[2009년 교육청/4점]

11. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을 구하시오.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$ 에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$ 은 오직 $x=a$ $(a>2)$에서만 미분가능하지 않다.

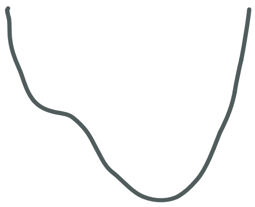
[2009년 교육청/4점]

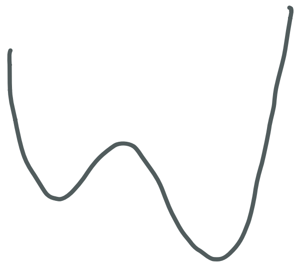
11. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을 구하시오.

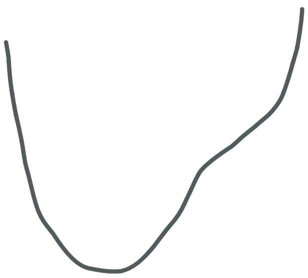
(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$ 에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$ 은 오직 $x=a\ (a>2)$에서만 미분가능하지 않다.

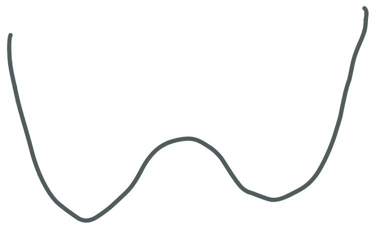
i) 조건 (가), (나)를 이용하여 사차함수 $f(x)$의 개형을 골라라

Hint, $f(x)=f(1)$의 1차근은 $x=a$가 유일

①


②


③


④


ii) $f'(x)$의 식을 표현하기

iii) $\dfrac{f'(5)}{f'(3)}$ 구하기

[2020년 3월 18번/4점]

12. $a>0$인 상수 a에 대하여 함수 $f(x)=|(x^2-9)(x+a)|$가 오직 한 개의 x 값에서만 미분가능하지 않을 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은?

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

[2020년 3월 18번/4점]

12. $a>0$인 상수 a에 대하여 함수 $f(x)=\left|(x^2-9)(x+a)\right|$가 오직 한 개의 x 값에서만 미분가능하지 않을 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은?

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

$\ast$ $g(x)=(x^2-9)(x+a)$로 두고 문제 풀기!

ⅰ) 함수 $y=g(x)$의 그래프 개형을 그리고 x축의 위치를 추론해보기

ⅱ) a값 구하기

ⅲ) $f'(x)$ 구하기

ⅳ) 극댓값 찾기

간편 답지

1. ②	2. ③	3. ⑤	4. ①	5. 56
6. ②	7. ⑤	8. 64	9. ④	10.
11. 12	12. ①			