
제 3 회

1. 2005년 수능
2. 2010년 6월 평가원
3. 2014년 사관학교
4. 2016년 3월 교육청
5. 2016년 6월 평가원
6. 2014년 사관학교
7. 2016년 9월 평가원
8. 2010년 3월 교육청
9. 2015년 경찰대
10. 2009년 10월 교육청

1. 함수 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$
 ㉡. $f(x) + f(1-x) = 1$
 ㉢. $\sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right) = 50$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1-\sin x} - e^{1-\tan x}}{\tan x - \sin x}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ 1
 ④ e ⑤ $2e$

3. $0 \leq x \leq \pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = \pi$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 + S_2$ 의 값은?

- ① $\ln \frac{3}{2}$ ② $\ln \frac{4}{3}$ ③ $2\ln \frac{3}{2}$
 ④ $2\ln \frac{4}{3}$ ⑤ $4\ln \frac{3}{2}$

4. 함수 $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$ 에 대하여

$$a = f(\pi - x) + f(x), \quad b = \int_0^\pi f(x) dx$$

일 때, $a + \frac{100}{\pi}b$ 의 값을 구하시오.

5. 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P는 제 1사분면에 있다.
- (나) 삼각형 PFF'가 이등변삼각형이다.

삼각형 PFF'의 넓이를 a 라 할 때, 모든 a 의 값의 곱은?

- ① $3\sqrt{77}$
- ② $6\sqrt{21}$
- ③ $9\sqrt{10}$
- ④ $21\sqrt{2}$
- ⑤ $3\sqrt{105}$

6. 좌표공간에 여섯 개의 점 $A(0, 0, 2)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $D(-2, 0, 0)$, $E(0, -2, 0)$, $F(0, 0, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정팔면체 ABCDEF가 있다. 이 정팔면체와 평면 $x+y+z=0$ 이 만나서 생기는 도형의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오.

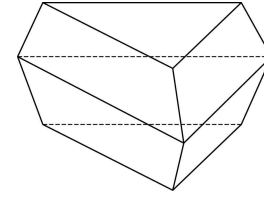
7. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, \quad S_2 : x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고, S_1 과 S_2 에 동시에 접하는 평면을 α 라 하자. 점 $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오.

8. 아래 그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는?

(단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.)



- ① 6520 ② 6620 ③ 6720
- ④ 6820 ⑤ 6920

9. 좌석의 수가 50인 어느 식당에서 예약한 사람이 예약을 취소하는 경우가 10명 중 1 명꼴이라고 한다. 52명이 예약을 했을 때, 좌석이 부족하게 될 확률은 $p \times 0.9^{52}$ 이다. p 의 값은?

- ① $\frac{61}{9}$ ② 7 ③ $\frac{56}{9}$
 ④ $\frac{67}{9}$ ⑤ $\frac{23}{3}$

10. 표는 $k=0, 1, 2, 3, 4$ 일 때, $p_k = {}_{30}C_k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{30-k}$ 의 값을 소수점 아래 셋째자리까지 나타낸 것이다.

k	0	1	2	3	4
p_k	0.004	0.025	0.073	0.137	0.185

주사위를 30번 던져 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, 위의 표를 이용하여 $\sum_{r=3}^{30} rP(X=r)$ 의 값을 구한 것은?

- ① 4.765 ② 4.829 ③ 4.902
 ④ 4.946 ⑤ 4.971

추가 과제

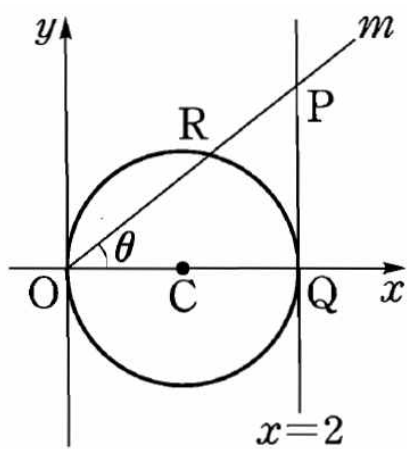
1. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^\circ \sin \frac{1}{x}$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{\pi}{180}$ ③ $\frac{1}{\pi}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{180}{\pi}$

3. 함수 $f(x) = 4 \cos x - \cos 2x$ ($0 < x < 2\pi$)는 $x = a$ 에서 극솟값 b 를 갖는다. 이때 ab 의 값은?

- ① -5π ② -2π ③ 0
 ④ 2π ⑤ 5π

2. 아래쪽 그림과 같이 중심이 $C(1, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 직선 $x=2$ 가 원점 O 를 지나고 기울기가 양수인 직선 m 과 만나는 점을 P , x 축과 만나는 점을 Q 라 하고, 직선 m 이 원과 만나는 원점이 아닌 점을 R 라 하자. 직선 m 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ , 호 RQ 의 길이를 l 이라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PR}}{l^2}$ 의 값을 구하여라.



4. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 P 에서의 접선과 x 축 및 두 직선 $x=2$, $x=6$ 으로 둘러싸인 사다리꼴의 넓이의 최솟값을 구하여라.

추가 과제

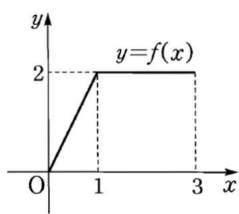
5. 정적분 $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ 의 값과 반지름의 길이가 r 인 원의 넓이가 같을 때, r 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

7. 곡선 $y = \ln(a-x)$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

- ① $\frac{1}{2}e$ ② e ③ $2e$
 ④ e^2 ⑤ $2e^2$

6. $0 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 정적분 $\int_0^2 e^x f(x+1) dx$ 의 값을 구하면?



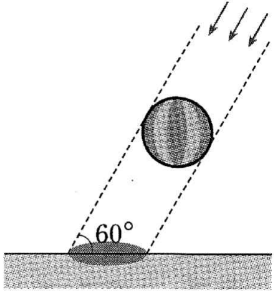
- ① $2e^2 - 2$ ② $2e^2$ ③ $2e^2 + 1$
 ④ $3e^2 - 2$ ⑤ $3e^2 - 1$

8. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}e^x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$\int_0^1 f(x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2}e+1} g(x) dx$ 의 값을 구하여라.

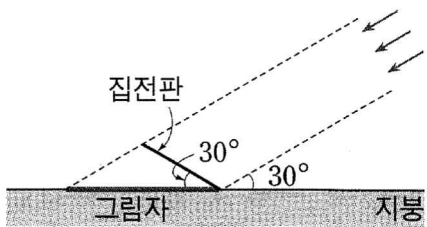
추가 과제

9. 아래쪽 그림과 같이 구 모양의 애드벌룬이 하늘에 떠 있다. 태양이 지면과 60° 의 각도로 비출 때, 지면 위에 생긴 애드벌룬의 그림자의 넓이는 $8\sqrt{3}\pi m^2$ 이다. 이때 애드벌룬의 반지름의 길이는 몇 m 인지 구하여라.

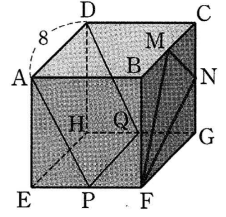


10. 아래쪽 그림은 지붕과 30° 의 각을 이루면서 설치되어 있는 태양열 집전판과 그 그림자를 나타낸 것이다. 지붕이 태양 빛과 이루는 각의 크기가 30° 일 때, 지붕 위에 생긴 집전판의 그림자의 넓이가 21이다. 태양열 집전판의 넓이는?

- ① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $5\sqrt{3}$
 ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $7\sqrt{3}$



11. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8인 정육면체에서 네 모서리 EF, GH, BC, CG 의 중점을 각각 P, Q, M, N 이라 할 때, $\triangle FNM$ 의 평면 $APQD$ 위로의 정사영의 넓이는?



- ① $\frac{24}{5}$ ② $\frac{24\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{48}{5}$
 ④ $\frac{24\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{48\sqrt{5}}{5}$

12. 점 $P(0, 0, 4)$ 에서 나온 빛에 의하여 xy 평면에 구 $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$ 의 그림자가 생긴다. 이 그림자의 넓이를 구하여라.

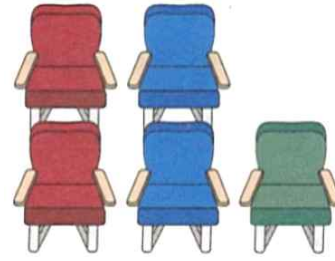
추가 과제

13. 두 구 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z - 6 = 0$,
 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 10y - 2z + a = 0$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 a
 의 개수는?

- ① 14 ② 15 ③ 16
 ④ 17 ⑤ 18

14. 구 $x^2 + y^2 + z^2 + kx - 6y + 10z + 18 = 0$ 이 xy 평면과 만나서
 생기는 원의 넓이를 S , yz 평면과 만나서 생기는 원의 넓이를 S'
 이라 하자. $S : S' = 3 : 1$ 일 때, 상수 k 에 대하여 k^2 의 값을 구
 하여라.

15. 아래쪽 그림과 같은 좌석에 다섯 명의 학생이 앉아 발레 공
 연의 일부를 관람했다. 10분간의 휴식 시간 후 2부 공연을 관람
 하기 위해 임의로 좌석에 앉을 때, 한 사람만 1부 공연에 앉은
 열과 같은 열의 좌석에 앉게 되는 방법의 수를 구하여라.



16. 각 자리의 숫자의 합이 4인 자연수를 작은 수부터 순서대
 로 나열했을 때, 가장 작은 다섯 자리 자연수는 몇 번째 수인지
 구하여라.

추가 과제

17. 지우와 헤리가 각각 정답이 한 개인 오지선다형 문제 5개를 풀었는데 헤리는 1번 문제부터 5번 문제까지의 답을 각각 1, 2, 3, 4, 5로 택했고, 지우는 답을 모두 3으로 택했다. 이때 지우와 헤리 둘 다 3문제씩 맞히는 경우의 수를 구하여라.

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

- (가) $A \cap B = \emptyset$
(나) $n(A) = n(B) = 2$
(다) 집합 A 의 원소 중 가장 큰 수는 집합 B 의 원소 중 가장 큰 수보다 크다.

- ① 70 ② 84 ③ 90
④ 96 ⑤ 105

19. 10명의 회원으로 구성된 동아리에서 각 회원이 동아리 모임에 참석할 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 구성원의 $\frac{4}{5}$ 이상이 참석할 때 동아리 활동을 진행할 수 있다고 하면 동아리 활동이 진행될 확률이 $\frac{n}{2^7}$ 이다. 이때 자연수 n 의 값을 구하여라.

20. 한 개의 주사위를 60번 던질 때, 6의 약수가 k 번 나올 확률을 $P(k)$ 라 하자. 이때 $\sum_{k=1}^{30} \{P(2k-1) - P(2k)\}$ 의 값을 구하여라.

추가 과제

21. 함수 $f(x) = \log_5 x + 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 다음 중 a 의 값에 관계없이 항상 일정한 값을 갖는 것은? (단, $a \neq 0$)

- ① $g(a) + g(-a)$ ② $g(a) - g(-a)$ ③ $g(a) + g\left(\frac{1}{a}\right)$
 ④ $g(a)g\left(\frac{1}{a}\right)$ ⑤ $g(a)g(-a)$

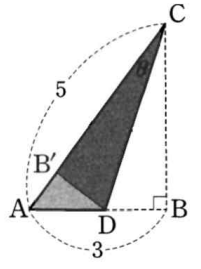
22. 함수 $f(x) = \begin{cases} 24 - 2x & (x < 12) \\ 1 - \log_3(x - 9) & (x \geq 12) \end{cases}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $(g \circ g \circ g)(k) = 3$ 을 만족시키는 상수 k 의 값을 구하여라.

23. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 5$,

$\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 모양의 종이를 변 AB 위에 한 점 D 를 잡고 선분 CD 를 접는 선으로 하여 접었더니 꼭짓점 B 가 변 AC 위의 한 점 B' 과 겹쳐졌다. $\angle ACD = \theta$ 라 하면 $\cos^2 \theta = \frac{q}{p}$

일 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)



24. 직선 $x \sin \theta + y \cos \theta = 6$ 과 점 $P(4 \sin \theta, 2 \sin \theta)$ 사이의 거리의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

추가 과제

25. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

| 보 기 |

ㄱ. 치역은 $\{y \mid y \leq \frac{1}{e}\}$ 이다.

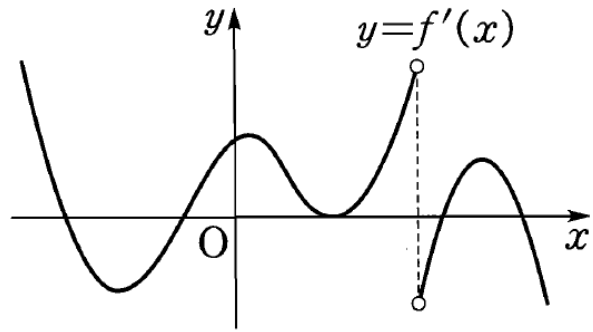
ㄴ. $y=f(x)$ 의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=0, y=0$ 이다.

ㄷ. 두 점 $A(1, 0), B(e, \frac{1}{e})$ 에 대하여 선분 AB 는 부등식 $y \geq f(x)$ 의 영역에 있다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ 의 최댓값을 구하여라.

27. 연속함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점의 개수를 구하여라.



28. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 등식

$$f(x) - g(x) = \frac{1}{10}x^2 - \cos x$$

를 만족시킬 때, 방정식

$$\frac{g'(x)}{f'(x)} + \frac{f'(x)}{g'(x)} = 2$$

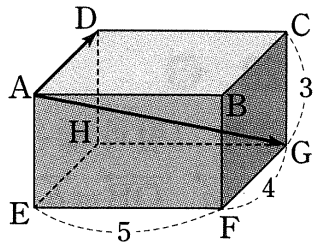
의 서로 다른 실근의 개수를 구하여라.

(단, $f'(x)g'(x) \neq 0$)

추가 과제

29. 오른쪽 그림과 같이

$\overline{EF}=5, \overline{FG}=4, \overline{CG}=3$ 인 직육면체에
서 $\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AD}+(1-k)\overrightarrow{AG}$ 를 만족시키
는 점 P의 자취의 길이는?
(단, $0 \leq k \leq 1$)



- ① 4 ② 5 ③ $\sqrt{34}$
④ $\sqrt{41}$ ⑤ 6

30. 좌표공간의 세 점 A,B,C의 위치벡터가 각각

$\overrightarrow{OA}=(5, -2, 3), \overrightarrow{OB}=(6, 2, 1), \overrightarrow{OC}=(4, 0, 2)$ 이다.
 $\angle ACB$ 의 크기는 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값을 구하여라.

31. 네 점 $A(-1, 3, 3), B(1, 1, 2), P(1, 0, -1), Q(x, y, z)$ 에 대하여 벡터 \overrightarrow{PQ} 는 벡터 \overrightarrow{AB} 와 평행한 단위벡터이다. 이 때 xyz 의 값을 구하여라. (단, $xyz > 0$)

32. 구 $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ 가 평면 $2x+y+2z=11$ 과 만날 때 생기는 원의 넓이는?

- ① 3π ② 4π ③ 9π
④ 16π ⑤ 25π

추가 과제

33. 구 $(x-4)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$ 이 평면 $x+2y+2z-5=0$ 과 만날 때 생기는 원의 중심의 좌표를 $A(a, b, c)$ 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

34. 두 점 $(0, \frac{2\sqrt{3}}{3}, 0)$, $(0, 0, 2)$ 를 지나는 평면 α 가 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 에 접할 때, 점 $(\sqrt{3}, 0, 4)$ 와 평면 α 사이의 거리를 구하여라.

35. 7개의 숫자 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4를 일렬로 나열할 때, 짝수 번째에는 짝수를 나열하는 방법의 수를 구하여라.

36. 좌표평면 위의 점들의 집합 $S = \{(x, y) | x, y \text{는 정수}\}$ 가 있다. 집합 S 에 속하는 한 점에서 S 에 속하는 다른 점으로 이동하는 '점프'는 다음 규칙을 만족시킨다.

점 P에서 한 번의 점프로 점 Q로 이동할 때, 선분 PQ의 길이는 1 또는 $\sqrt{2}$ 이다.

점 A(-3, 0)에서 점 B(3, 0)까지 6번만 점프하여 이동하는 방법의 수를 구하여라.

(단, 이동하는 과정에서 지나는 점이 다르면 다른 경우이다.)

추가 과제

37. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 중에서 $f(2) \neq 2$ 인 함수의 개수는?

- ① 64 ② 96 ③ 100
④ 124 ⑤ 125

38. 빨간색, 파란색, 흰색의 세 깃발이 있다. 이 깃발들을 다섯 번 이하로 들어 올려서 만들 수 있는 서로 다른 신호의 개수는? (단, 깃발은 한 번 이상 올려야 하고, 두 개 이상의 깃발을 동시에 올리지는 않는다.)

- ① 351 ② 354 ③ 357
④ 360 ⑤ 363

39. 집합 $A = \{x | x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합 중에서 2를 원소로 갖고 원소의 개수가 3인 부분집합의 개수를 구하여라.

40. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 중에서 치역의 원소가 3개인 함수의 개수를 구하여라.⁴⁰⁾