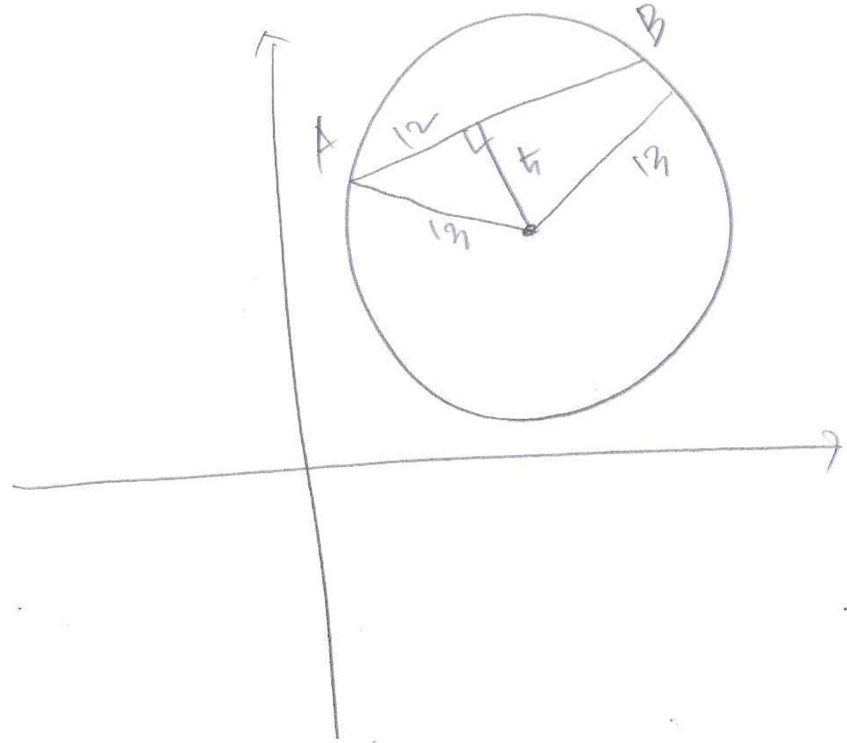
29

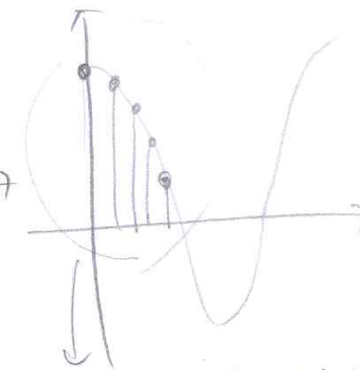


(가) $|\overrightarrow{AP}| = 5$ → P는 중심이 A이고 반지름 5인 원위의 한점이다.

(나) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AP}$ 이 이루는각의크기 θ

$5\cos\theta$ → 자연수

→ $\cos\theta = \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1$ →



이지되건 θ는 예각

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값은?

Q → 원위의한점. → 중심은 O

$\overrightarrow{AP}(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OQ})$

$= \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{OQ}$

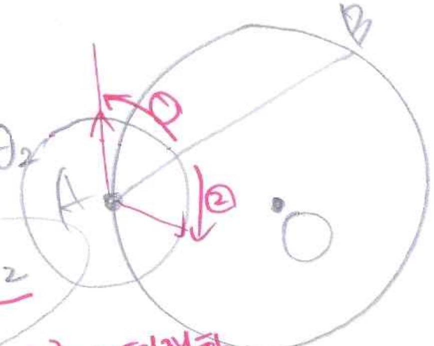
$= |\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AO}|\cos\alpha + |\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{OQ}|\cos\theta_2$

$= 5\times13\times\cos\alpha + 5\times13\cos\theta_2$

α → 가장 작아야 한다

→ $\overrightarrow{OQ}$는 $\overrightarrow{AP}$와 평행한 위치일때 최대 $\cos\theta_2 = 1$

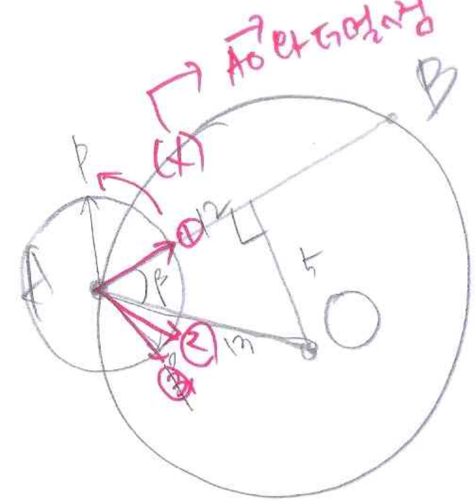
65 → 고정



$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값을 구하려면

$\overrightarrow{AP}$ 나 $\overrightarrow{AO}$ 가 이루는 각의 크기가 제일 작아져야 한다.

$\overrightarrow{AP}$ 와 $\overrightarrow{AB}$ 가 이루는 각의 $\cos\theta$ 값은 $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1$ 총 5개
⑤ ④ ③ ② ①



$\cos\beta = \frac{12}{13}$ 인데

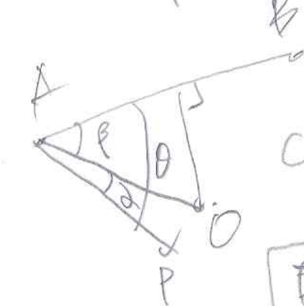
$\cos\theta = \frac{4}{5}$ 일때 이 이하하면

$\cos\beta > \cos\theta$ 이므로 $\boxed{\beta < \theta}$ ☆

$\overrightarrow{AP}$ 와 $\overrightarrow{AO}$ 가 이루는 각 α가 제일 작은경우는 ① $\cos\theta = 1$
이거나 ② $\cos\theta = \frac{4}{5}$ 일때 둘중 하나가 된다.
③ ④ ⑤ 는 $\overrightarrow{AP}$ 가 $\overrightarrow{AO}$ 랑 이루는 각크기가 점점 커짐.

① $\cos\theta = 1$ 인경우 $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ} = 125$

② $\cos\theta = \frac{4}{5}$ 인경우



$\alpha = \theta - \beta$

$\cos\alpha = \cos\theta\cos\beta + \sin\theta\sin\beta$
$= \frac{4}{5}\frac{12}{13} + \frac{3}{5}\frac{5}{13} = \frac{63}{65}$

$\boxed{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ} = 126}$ 답) 126

(20) 상수항포함 모든항의 계수 유리수 이차함수 $f(x)$

$$g(x) = |f(x)|e^{f(x)}$$

(가) $g(x)$ $x=2$에서 극댓값 가진다.

(나) $g(x)$의 최댓값은 $4\sqrt{e}$

(다) $g(x) = 4\sqrt{e}$ 의 근은 유리수

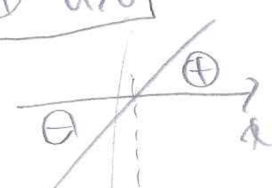
$|f(-1)| = ?$

① $g(x)$의 도함수를 구해서 $g(x)$를 추론해본다.

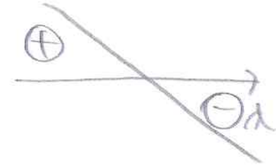
$f(x) = ax^2+bx+c$

$f'(x) = 2ax+b$ →

$\boxed{① \ a>0}$



② $a<0$



$x = -\frac{b}{2a}$ (축)

$x<$축	$x>$축
$g(x) = -f'(x)e^{f(x)}$	$f'(x)e^{f(x)}$
$g'(x) = -e^{f(x)}((f'(x))^2+f''(x))$	$= e^{f(x)}((f'(x))^2+f''(x))$

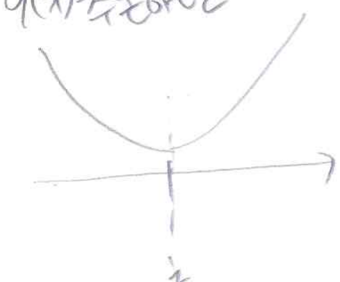
($x>$축일때)

→ ①상황에서 도함수 보면기.

$$g'(x) = \underbrace{e^{f(x)}}_{\oplus}\underbrace{((f'(x))^2}_{\oplus}+\underbrace{f''(x)}_{2a>0}) > 0$$

($x<$축 → $g'(x) < 0$)

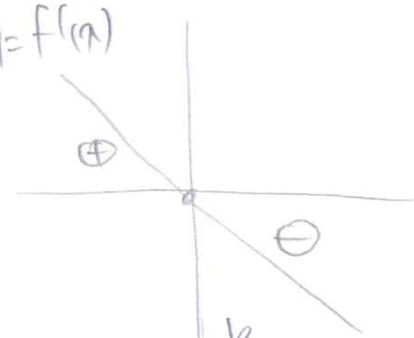
$g(x)$ 추론하면



→ 최대가 나오지 않는다.

→ 따라서 $\boxed{a<0}$ 이다.

$a<0$ 이면 $y=f'(x)$

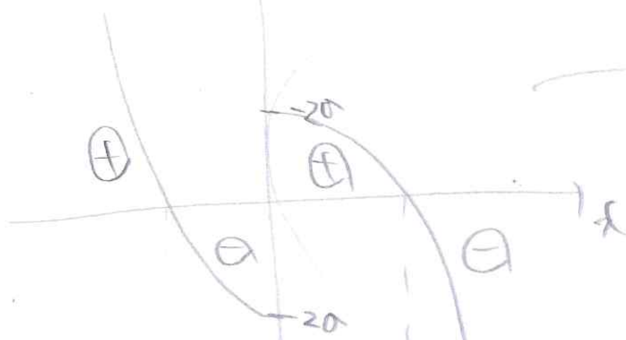


$x=-\frac{b}{2a}$

$\left(x<-\frac{b}{2a}\right)$

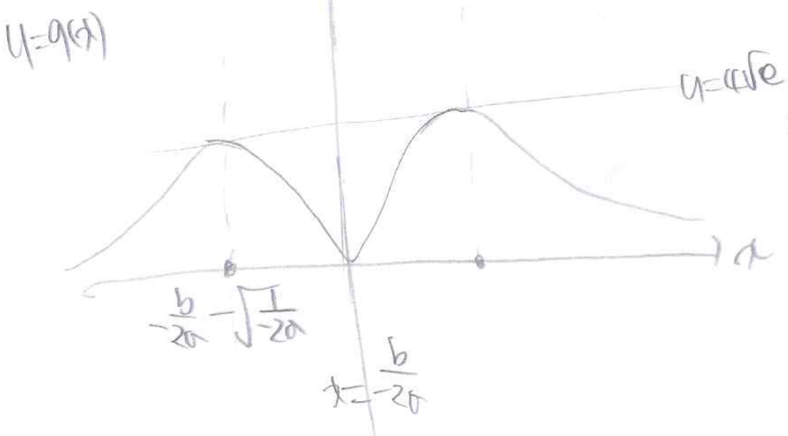
$g'(x)= e^{f(x)}\left(\underbrace{(2ax+b)^2+2a}\right)$

↳ 아래로 볼록한 이차함수 $x=-\frac{b}{2a}$ 가 축



→ x축 아래부분은 $g(x)=-f'(x)e^{f(x)}$ 이므로

(−)만 올려서 생각하면됨 //



① $x=2$에서 극소 가진다.

$-\frac{b}{2a}=2 \quad b=-4a$

② 최댓값 $4\sqrt{e}$ → 극대에서 최대.

$g\left(-\frac{b}{2a}-\sqrt{\frac{1}{-2a}}\right)=4\sqrt{e}$

$g\left(2-\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)=4\sqrt{e}$

③ (다)조건 적용, $g(x)=4\sqrt{e}$의

근 $2-\sqrt{\frac{1}{-2a}}$도 위치두

a.b.c 모두 위치두

$|2ax+b|\,e^{f(x)}=4\sqrt{e}$

(1) $2a\left(2-\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)-4a=4$

→ $a=-8 \quad b=32$

(2) $f\left(\frac{7}{4}\right)=\frac{1}{2}$ → $c=-31$

$\boxed{답)\ |f(-1)|=71}$